Peter Tenhaef

Versuch einer

Ontologie der Zahlen und Töne

Inhalt

Vorwort	5
Einführung	7
Einstimmung mit Novalis und seiner musikalisch-poetischen Mathematik	7
Grundlegung durch Pythagoras	12
Abgrenzung zu Kabbalistik und Zahlensymbolik	16
Ontologie der Zahlen	19
Was ist Zahl?	19
1 oder 0? "Sein oder Nicht-Sein – das ist hier die Frage"	21
Exkurs: Plotin, Über die Zahlen	29
Vom Einen zur Zahl	31
Verhältnisschwingungen und Zahlengenese	39
Die Zahlen als Formgestalten	41
Strukturen der 1, 0, 2, 3, 4, 6, 5	42
Höhere Zahlen	57
Zahlenverhältnisse	59
Ein Blick auf die Ontologie der Geometrie	61
Ontologie der Töne	64
Die Naturtonreihe als Explikation des Einen und seiner Zahlen	64
Die Intervallcharaktere im Spiegel der Zahlen – und umgekehrt	66
Der 2. Teilton: die Oktave	67
Der 3. Teilton: die Quinte	68
Der 5. Teilton: die große Terz	70
Exkurs: Verständnis des Moll	71
Die Sekunden und Sexten – Vervielfachungen und Kombinationen	75
Der 7. und der 11. Teilton – das Inkommensurable	76
Musik als bewegte proportionale Ordnung	79
Zahl und Musik bei Leibniz und Schopenhauer	89
Zurück zur Zahl: Form, Information, Wirklichkeit	95
Zusammenfassende Ideen	107

Vorwort

Im vorletzten Jahr schrieb ich ein Buch über *Resonante Wirklichkeit*. Mehrere Leser sagten mir, sie könnten nicht viel damit anfangen, da sie nichts von Musiktheorie verstünden; es ging dabei vor allem um den Zusammenhang von musikalischen Intervallen mit Proportionen ganzer Zahlen bzw. um die Naturtonreihe. Ich war mir dieses Hindernisses nicht recht bewusst gewesen, da ich annahm, diese Kenntnisse würden, wenn sie denn fehlen, in meiner Darstellung quasi implizit vermittelt. So einfach geht es offenbar nicht; doch liegt das kaum daran, dass der Gegenstand so kompliziert wäre, vielmehr daran, dass die damit verbundene Denkweise heute sehr fern liegt.

Schon der Hamburger Musikschriftsteller Johann Mattheson hatte im 18. Jahrhundert den traditionsreichen Konnex von Musik und Mathematik im Wesentlichen für obsolet erklärt. Seitdem gilt Musik (wie andere Künste) einfach als Geschmackssache. Was Mattheson und modernere Musikliebhaber aber besonders befremdet, ist die qualitativ-bedeutsame Auffassung von Zahlen. Statt von Musiktheorie zu sprechen, hätten meine Leser daher genauso gut sagen können, sie verständen nichts von Zahlen – in einem älteren Sinn. (Das haben sie aber mit einem gewissen Recht nicht gesagt, weil sie vermutlich allesamt bessere Mathematiker sind als ich.) Tatsächlich ist nicht nur die Auffassung von Musik, sondern auch die der Zahlen, die jene in harmonischer, melodischer und rhythmischer Hinsicht begründen und um die es mir geht, ganz unkonventionell geworden. Umso wichtiger ist es mir, hierzu das Nötige auszuführen, und das nicht nur zum besseren Verstehen meines Resonanzbuches, sondern grundsätzlich. Es könnte darin nämlich ein alternatives Verständnis des Seins liegen, jenseits bloßer Quantifizierungen. Gesucht wird das tertium comparationis von physischen und geistigen Wirklichkeitskonzepten. Die natürliche Zahl scheint mir dafür der geeignete Kandidat und die Musik ihre schönste Verkünderin zu sein.

Ich bin mir darüber im Klaren, dass diese Schrift keine "ordentliche Philosophie" ist, eher eine ganz unzulängliche und ergänzungsbedürftige Spekulation, glaube aber, dass auch diese legitimerweise zum Mensch-sein gehört, insofern sie der "hervorbringenden Natur" entspricht. Dabei bin ich freilich darauf gefasst, dass mein Büchlein keinen einzigen Menschen interessieren wird, abgesehen von mir selbst. (Ich weiß es darum auch niemandem zu widmen.) Trotz sol-

cher erwarteten Resonanzlosigkeit muss es geschrieben werden, gerade wegen meines Vertrauens in die tieferen Resonanzen, die die Welt zusammenhalten.¹ Womöglich finden sich doch ein paar Unerwartete, die meine Freude daran teilen oder sie immerhin bedenkenswert finden. Das wäre verbindend.

Leist in Pommern, Sommer 2025

Peter Tenhaef

¹ Dabei greife ich zum Teil auf frühere eigene Ausführungen zurück, wie aus *Spinoza und sein Gott* auf den Anhang "Das Eine und das Viele" und aus *Resonante Wirklichkeit* auf die Unterkapitel "Das Modell der Naturtonreihe und der natürlichen Zahlen", "Musik als Resonanzkunst par exellence", "Die Zahl als gemeinsamer Prototypus von Physis und Psyche", "Zum Einen" sowie "Zur Genese der Zahlenwelt und ihrem Verhältnis zum Einfachen".

Einführung

Einstimmung mit Novalis und seiner musikalisch-poetischen Mathematik

Ich möchte beginnen mit Reflexionen des Novalis zur Mathematik. – Wie bitte? Dieser romantische Dichter schrieb doch in seinem bekanntesten Gedicht: "Wenn nicht mehr Zahlen und Figuren / Sind Schlüssel aller Kreaturen [...] Dann fliegt vor einem geheimen Wort / Das ganze verkehrte Wesen fort." Sollte man da nicht meinen, dass Novalis ein besonderer Verächter der Mathematik gewesen sei? Es ist indes eher das Gegenteil der Fall. Offenbar hatte Novalis einen doppelten Blick auf "Zahlen und Figuren", nämlich einen quantitativ messenden und einen qualitativ deutenden. Die zahlreichen auf Mathematik bezogenen Fragmente des Dichters, der offiziell Friedrich von Hardenberg hieß und im Hauptberuf Bergbauingenieur war, belegen diese Annahme. Daraus eine kleine kommentierte Auswahl:²

"Im Morgenlande ist die echte Mathematik zu Hause. In Europa ist sie zur bloßen Technik ausgeartet." – Offenbar ist Novalis der Meinung, dass das auch in Europa einmal anders war, nämlich zur Zeit des Pythagoras von Samos (6. Jh. v. Chr.), der seinerseits, bevor er sich in Kroton in Süditalien niederließ, im "Morgenlande" herumreiste, wohl in Ägypten und Mesopotamien. (Deshalb wurde er schon in der Antike mit einer Art Turban dargestellt.) Über den späteren Hellenismus ist seine Auffassung von Mathematik in den Orient zurückgeflossen – und im Mittelalter von den Arabern abermals zu uns. Mit dieser "echten Mathematik" konkurriert eine technische Auffassung von Mathematik als an sich inhaltsleere Messkunst. Sie ist seit dem 17. Jahrhundert dominant geworden, näm-

⁻

² Siehe, auch im Folgenden: Novalis, *Mathematische Fragmente*, hrsg. von Hella Reuters, in: *Gutenberg Edition 16* (ISBN: 9783739011899 12.236) 2. vermehrte und verbesserte Auflage, https://www.projekt-gutenberg.org/novalis/fragmen1/chap009.html. Der Edition liegt die von Ernst Kamnitzer herausgegebene erste vollständige Ausgabe der *Fragmente*, Dresden 1929, zugrunde, dort S. 314 und 326-328 (Magische Mathematik). Vgl. weiterhin die Gesamtedition *Novalis, Schriften*, hrsg von Paul Kluckhohn und Richard Samuel, Bd. III, Mainz 1983, S. 207-478 und besonders S. 593f. - Welch große Bedeutung die Mathematik für Novalis' Weltbild hatte, ist durch Franziska Bomskis Monographie *Die Mathematik im Denken und Dichten von Novalis*, Berlin 2014, offenkundig geworden. Nach Bomski geht es bei Novalis um ein Rückgängigmachen der durch Kant vollzogenen Trennung von Mathematik und Metaphysik mit dem Ziel einer "Analogisierung von -Weltall und Gemüt" (S. 183), wobei Novalis die Verhältnisse der Zahlen als Weltverhältnisse versteht.

lich seit Francis Bacon dazu aufrief, möglichst die ganze Natur zu vermessen und dadurch (vermeintlich) zu ergründen. Im Prinzip ist sie aber schon mit dem Zahlverständnis des Aristoteles gegeben, der das Wesen der Zahl im Abzählen (von Dingen) begründet und erschöpft sah.

In der pythagoreisch-platonischen bzw. "morgenländischen" Auffassung der Zahl geht es dagegen um eine wesenhafte Erkenntnis der Zahlen als solche. Pythagoras hielt sie in ihrer Allgemeinheit für Schlüssel zum Wesen aller Dinge, ja des Seins selbst: "Die Zahl – ihr gleicht alles!" Dementsprechend genossen die Zahlen (als Grundlagen der Mathematik) im Pythagoreismus geradezu religiöse Verehrung (wie übrigens auch in manchen anderen Kulturen, vor allem bei den Maya). Novalis teilt diese "mystische Lehre des Pythagoras", wenn er schreibt: "Reine Mathematik ist Religion. Zur Mathematik gelangt man nur durch eine Theophanie." Das heißt: Wem in der Mathematik nicht Gott erscheint, der hat ihr Wesen nicht begriffen, oder: "Wer ein mathematisches Buch nicht mit Andacht ergreift und es wie Gottes Buch liest, der versteht es nicht." Und weiter:

"Zahlen sind wie Zeichen und Worte, Erscheinungen, Repräsentationen kat'exochen. Ihre Verhältnisse sind Weltverhältnisse. Die reine Mathema tik ist die Anschauung des Verstandes, als Universum." "Die jetzige Mathematik ist [allerdings] wenig mehr als ein speziell empirisches Organon. Sie ist eine Substitution zur bequemeren Reduktion, ein Hilfsmittel des Denkens."

In ihrer ganzheitlichen Bedeutung ist Mathematik aber "der vollgültige Zeuge des Naturidealism. Der innige Zusammenhang, die Sympathie des Weltalls, ist ihre Basis." Novalis hält es nicht nur für "sehr wahrscheinlich, daß in der Natur […] eine wunderbare Zahlenmystik stattfinde. Auch in der Geschichte. Ist nicht alles voll Bedeutung, Symmetrie, Anspielung und seltsamem Zusammenhang? [Und] kann sich Gott nicht auch in der Mathematik offenbaren wie in jeder andern Wissenschaft?" Und das womöglich unmittelbarer?

Augustinus hat das "Buch der Natur" neben die Bibel, das "Buch der Offenbarung", als Quelle der Gotteserkenntnis gestellt und damit eine Jahrhunderte fortwirkende Tradition eröffnet. (Sie geht im Grunde auf die Auffassung des Paulus zurück, wonach die Heiden auch ohne Offenbarung Gott bereits in der Natur erkennen, "lesen" könnten.) Es gibt für ihn aber noch eine dritte Quelle sicherer Erkenntnis, die gar nichts mit seinen christlichen, vielmehr mit seinen neuplatonischen Wurzeln zu tun hat: "die unwandelbare Wahrheit der Zahlen". (Wie

weit ist das von dem bloß operativen Instrument des Zählens entfernt!) Sie behalten für ihn, selbst im Rahmen seines christlichen Weltbildes, eine ewige und damit quasi göttliche Würde. Novalis sieht das im Prinzip ähnlich, allerdings dynamischer. Für ihn ist die Mathematik "Wissenschaft und Kunst", beides, wobei er ein bemerkenswert anderes Verständnis von "Wissenschaft" hat als das etablierte naturwissenschaftliche und auch ein anderes von "Kunst" als das angeblich romantische, libertäre. Er schreibt:

"Die Mathematik ist echte Wissenschaft, weil sie gemachte Kenntnisse enthält, Produkte geistiger Selbsttätigkeit, weil sie methodisch genialisiert. – Sie ist Kunst, weil sie genialisches Verfahren in Regeln gebracht hat, weil sie lehrt Genie zu sein, weil sie die Natur durch Vernunft ersetzt."

Während die Naturwissenschaften auf möglichst "objektive", fixe Erkenntnisse hinaus wollen, enthält die Mathematik nach Novalis "gemachte Kenntnisse, Produkte geistiger Selbsttätigkeit". Sie geht also durchs kreative Subjekt, wenn auch nicht willkürlich, sondern methodisch. Darin liegt, im wörtlichen Sinn etwas Genialisches, eine "erzeugende Kraft". Kunst aber ist die Mathematik nicht durch ihre Freiheit, sondern durch ihre künstliche Ordnung, in der "die Natur durch Vernunft ersetzt" wird.

Aber widerspricht das alles nicht der gott- oder naturgegebenen Konstitution der Zahlen, von der bislang die Rede war? Mit dem Wort "ersetzt" meint Novalis nicht "vernichtet", sondern "fortsetzt". Er spricht hier in gewissem Sinn von der "höheren Mathematik", die über die bloße Ordnung der natürlichen Zahlen hinausgeht. Tatsächlich greift Novalis der Diskussion um die "realistische Mathematik" vor. Gegen Ende des 19. Jahrhunderts wird der Mathematiker Leopold Kronecker sagen: "Die ganzen Zahlen hat der liebe Gott gemacht, alles andere ist Menschenwerk." Im Unterschied zum späteren Verständnis sieht Novalis hier aber keine scharfe Trennlinie. Vielmehr erwächst für ihn die Vernunft aus der Natur, wie das (mathematische) Genie: "Wunderbarkeit der Mathematik. Sie ist ein schriftliches Instrument, was noch unendlicher Perfektion fähig ist, ein Hauptbeweis der Sympathie und Identität der Natur und des Gemüts." Dieser Holismus ist ein – wohl von Spinoza inspirierter – deutlicher Anti-Cartesianismus, in dem die Grenze zwischen res cogitans und res extensa aufgehoben ist.

³ Siehe H. Weber, *Leopold Kronecker*, in: *Jahresbericht der Deutschen Mathematiker-Ver-einigung*, 1893, Bd. 2, S. 19.

Ein Problem sieht Novalis viel eher darin, dass die Mathematiker (und andere) gewissermaßen im Formalismus stecken bleiben. Eben dies meint er mit den in seinem Gedicht kritisierten "Zahlen und Figuren". Er fordert stattdessen eine philosophisch-poetische Interpretation der mathematischen Formen: "Philosophie ist die Universal- oder höhere Mathematik, das belebende Prinzip der Mathematik, die poetische Mathematik. Oder der Stoff, wenn die Mathematik die Form ist." Dem ist weder die weitere Entwicklung der Mathematik noch die der Naturwissenschaften gefolgt; sie beschränkten sich sicherheitshalber aufs formalistische Definieren und Messen sowie auf praktisch-technische Anwendungen. Und auch die Philosophen fühlten sich in den letzten Jahrhunderten nur selten zuständig, die Mathematik inhaltlich zu interpretieren. Daher wurde sie in der Regel gar nicht mehr substantiell interpretiert (wie in den Naturwissenschaften inzwischen auch die Natur nicht mehr), vielmehr in ihren Anwendungsmöglichkeiten betrachtet, die Mathematik in den Naturwissenschaften und beide zusammen in der Technik.

Novalis fragt stattdessen: "Hat die Mathematik bloß einen endlichen Zweck? Ist sie nicht rein theoretisch?" Das Wort "theoretisch" dürfte Novalis hier im ursprünglichen griechischen Sinn von Theoria verstehen, nämlich als "Anschauen", aber auch als frei durch Allgemeinheit, als verallgemeinerbar. Die "reine Anschauung" scheint ein Widerspruch in sich zu sein, nicht so für Novalis. Er fragt nämlich – quasi pythagoreisch – weiter: "Gibt es [nicht] eine schöne Mathematik? Mystische Mathematik, musikalische Mathematik"? Von der "Schönheit der Mathematik" sprechen viele Mathematiker auch heute noch gerne; aber sie bleiben meist bei dieser stimmungsvollen Formulierung stehen und scheinen selten zu fragen, was denn eigentlich dahinterstecken könnte. Von "mystischer Mathematik" zu sprechen, würde dagegen gleich als unseriös gelten, von "musikalischer Mathematik" zumindest als kurios oder abgedreht "romantisch".

Novalis Fokus auf der Suche nach dem Schönen, Mystischen, Musikalischen ist nicht auf die angewandte Mathematik gerichtet, vielmehr auf die "wahrhafte reine Mathematik". Als deren Basis sieht er die natürlichen Zahlen an, nach deren Maß alles Wirkliche entfaltet ist, und das nicht nur quantitativ: "Jedes wahre System muß dem Zahlensystem ähnlich geformt sein – auch das qualitative System oder das Nennersystem." Nur angedeutet ist in diesem Fragment die Interpretation rationaler Verhältniszahlen von Zähler und Nenner im Sinne aufeinander bezogener quantitativer und qualitativer Größen.

Tatsächlich tritt im "musikalischen System" das Maß des Zahlensystems in besonderer Klarheit hervor, und zwar sowohl im akustischen Naturgesetz der Naturtonreihe als auch in (mehr oder weniger) entsprechenden "künstlich" geformten Tonsystemen, dem "Menschenwerk". Und dieses musikalische System ist, wie Novalis postuliert, nicht nur ein quantitatives, sondern in den differenzierten Empfindungen der Tonverhältnisse auch ein erkennbar qualitatives. Damit wird die Musik zu einem bevorzugten *Schlüssel* der reinen Mathematik: "In der Musik erscheint sie förmlich als Offenbarung, als schaffender Idealism. Hier legitimiert sie sich als himmlische Gesandtin, kat'anthropon." Die Chiffren, in denen diese Offenbarung sich für den Menschen kundtut, sind die in den einfachsten Verhältnissen ganzer Zahlen konstituierten musikalischen Intervalle und Rhythmen. Dies betrifft aber nicht nur den Menschen, sondern auch alles darüber hinaus: "Die musicalischen Verhältnisse scheinen mir recht eigentlich die Grundverhältnisse der Natur zu seyn."

Andererseits ist die Musik für Novalis nur der hervorragende Prototyp einer allgemeinen "Offenbarung" des Mathematischen in das Wirkliche. So kann er sagen: "Aller Genuß ist musikalisch, mithin mathematisch. Das höchste Leben ist Mathematik.", gleicherweise: "Das Leben der Götter ist Mathematik." Hier werden – in echt romantischer Art, nämlich im Sinne eines höheren oder mystischen Realismus – Gott und Mensch, Himmel und Erde, Form und Bedeutung vielsagend zusammengebracht.

Die Ideen des Novalis zur Mathematik und zu deren Verbundenheit mit der Musik mögen heute exzeptionell, wenn nicht gar skurril erscheinen. Sie stehen indes in einer alten, auf Pythagoras zurückgehenden Tradition, die in der Romantik noch einmal kurz auflebte, danach aber allenfalls ein wenig beachtetes Nischendasein fristete, wie in der Harmonikologie eines Albert von Thimus, Hans Kayser und Rudolf Haase. Das Thema "qualitative Mathematik" wurde in späteren Jahrzehnten überraschenderweise aber auch von dem strukturalistischen Ethnologen Claude Lévi-Strauss zur Sprache gebracht. Dazu eine Anmerkung bezüglich Novalis aus Ralf Konersmanns *Welt ohne Maβ*⁵:

"Mit der Verzögerung von anderthalb Jahrhunderten und an unvermuteter Stelle, nämlich in der Konstitutionsphase des Strukturalismus, haben die Überlegungen des Romantikers Novalis ein Echo gefunden. In einem Pa-

⁴ Fragmente, a,a,O,, S. 198 (Fragment Nr. 497).

⁵ Frankfurt a.M. 2021, S. 295f...

pier, das er 1955 für die Programmzeitschrift der UNESCO schrieb, hat Claude Lévi-Strauss eine für die Geisteswissenschaften taugliche Mathematik gefordert – eine wie er formulierte, "qualitative Mathematik" oder "Geistesmathematik" [...]. Keineswegs plädiert Lévi-Strauss, wie ihm unterstellt worden ist, für die Mathematisierung der Geisteswissenschaften. Seine Überlegungen gipfeln in einem Aufruf, dem sich die Frühromantiker problemlos hätten anschließen können: in dem Aufruf, "eine neue Mathematik zu schaffen"."

Lévi-Strauss verband seine Vorstellungen von einer neuen, qualitativen Mathematik mit seiner Theorie von "binären Oppositionen" in Kulturkonzepten.⁶ Womöglich wäre aber noch grundsätzlicher eine mathematische Ontologie ins Auge zu fassen, die über den bloßen Formalismus der Mathematik hinausgeht. Da wäre die Frage: Welche Aussagen über Sein und Nicht-Sein liegen in der Mathematik?

Grundlegung durch Pythagoras

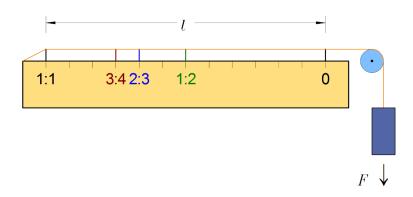
Aber gehen wir zurück zu den Grundlagen, zu Pythagoras. Der wird heute vor allem durch den "Satz des Pythagoras" bekannt sein: An einem rechtwinkligen Dreieck ist die Summe der Quadrate über den Katheten gleich dem Quadrat über der Hypotenuse. (Das hört sich ziemlich unpraktisch an, ist es aber keineswegs, wie ich selber schon des Öfteren in Haus und Garten gemerkt habe.) Was hat das mit Musik zu tun? Nun, ein bisschen schon; denn das für Pythagoras ideale rechtwinklige Dreieck ist das mit den Seitenlängen 3:4:5 (und deren Quadraten 9+16 = 25), also das einfachste, das sich mit natürlichen Zahlen darstellen lässt. Und diese drei aufeinanderfolgenden Zahlen sind die ersten, deren Proportionen einem (Dur-)Dreiklang entsprechen (in diesem Fall dem Quartsextakkord, z.B. g-c'-e'). Letzteres war für Pythagoras allerdings noch nicht von Relevanz.

Schon durch mein Vorwort habe ich mich wohl als Pythagoreer "geoutet". Was das heißt, liegt freilich nicht auf der Hand: Den Einen gilt Pythagoras als der Vater der Mathematik, der erste große Rationalist, der Begründer der Wissenschaft (abendländischen Stils); den Anderen gilt er als eine Art Schamane, der noch einem magischen Weltbild angehört. Aber muss sich beides unbedingt wi-

⁶ Siehe seinen Essay *The Mathematics of Man*, 1954.

dersprechen? Sein später Schüler Novalis fand jedenfalls: "Echte Mathematik ist das eigentliche Element des Magiers."

Als Musikwissenschaftler schaue ich über das Monochord auf Pythagoras. Da geht es vordergründig ganz rational und nüchtern experimentell zu (fernab von heutigen, eher esoterischen Verwendungen des "Monochords"): Ein Monochord ist ein länglicher Resonanzkasten, über den eine einzelne Saite gespannt ist, die man mit einem verschiebbaren Steg beliebig unterteilen kann. Zur besseren Vergleichbarkeit kann man auch eine zweite gleichgestimmte Saite (als Grundton) oder auch mehrere hinzufügen (wodurch das Monochord eigentlich zum Polychord wird). Pythagoras stellte nun fest, dass sich aus der Musikpraxis bekannte Intervalle (im Verhältnis zur Grundschwingung) ergeben, wenn man den Steg auf die Hälfte, ein Drittel, ein Viertel der Saitenlänge einstellt oder Kombinationen dazwischen wählt, z.B. 4 Teile zu 3.



Die griechischen (und etliche andere) Tonsysteme waren sich darin einig, die Oktave in zwei Quarten (Tetrachorde) mit einem dazwischenliegenden Ganzton zu untergliedern, z.B. (für antik dorisch) e'-h-a-e. (Die Aufteilung innerhalb der Tetrachorde war dagegen sehr variabel. Sie konnten diatonisch (mit einem Halbton), chromatisch (mit zwei benachbarten Halbtönen) oder enharmonisch (mit zwei benachbarten Vierteltönen) gefüllt werden, also z.B.: e'-d'-c'-h oder e'-des'-c'h oder e'-c'-ces'-h.) Diesen sich so ergebenden Gerüstintervallen, Oktave, Quarte, große Sekunde und Quinte, entsprachen auf dem Monochord exakt die Saitenlängenverhältnisse 2:1, 4:3, 9:8 und 3:2, das heißt: sie ließen sich alle mit den ersten vier Zahlen sowie deren Vervielfachungen darstellen.

Ging man über die 4 hinaus und stellte höhere Rationen ein, etwa eine Abteilung der Saite(n) in Fünftel, Siebtel oder Elftel, so ergab sich eine schier unabsehbare Fülle an neuen Intervallen, die teilweise in der Musikpraxis vorkamen (einige

davon nur in Ägypten), teilweise aber ganz unbekannt waren. Wohl aufgrund des Respekts, ja der Furcht, den die Griechen vor dem Unendlichen hatten, entschied sich Pythagoras dagegen und beschränkte sich auf die ersten vier Zahlen, die heilige Tetraktys, deren Summe 10 ergibt; damit schien sie das als naturgegeben betrachtete Dezimalsystem zu bestätigen. Tatsächlich bemerkte Pythagoras schon an der Potenzproportion 9:8, dass er sich auf die Kombinationen der ersten beiden Primzahlen bzw. –faktoren 2 und 3 für die Generierung von musikalischen Intervallen beschränken konnte. Allerdings ergab das für weitere Intervalle dann sehr komplizierte Verhältnisse, z.B. für die durchaus gebräuchliche große Terz (Ditonus) (9:8) x (9:8) = $81:64 = 3^4:2^6$ oder für die kleine Sekunde (als Rest zwischen Ditonus und Tetrachord) $2^8:3^5 = 256:243$. Das war praktisch kaum darstellbar, einer der Gründe, warum spätere griechische Musiktheoretiker (Didymos der Musiker, 1. Jh. v. Chr.) vorschlugen, doch die 5er Rationen miteinzubeziehen; so konnte man die große Terz einfach als 5:4 bestimmen und die kleine Sekunde als $16:15 (= 4^4:(3x5))$. (Bis zum Ausgang des Mittelalters genoss trotzdem die "pythagoreische Stimmung" die höchste Autorität. Erst als in der inzwischen entwickelten Mehrstimmigkeit unüberhörbar wurde, dass der Zusammenklang der 5:4 (= 80:64) eingestimmten Terzen "süßer" klang, das heißt: besser verschmolz, als der 81:64 gestimmten, entschied man sich, die pythagoreische Tetraktys-Ideologie aufzugeben und das System um die 5er Proportionen zu erweitern.)

Geblieben ist von Pythagoras aber das Prinzip, musikalische Intervalle auf ganzzahlige Verhältnisse zu beziehen. Diese sind auch noch dem seit ca. 300 Jahren gebräuchlichen gleichstufig temperierten chromatischen System in zwölf Halbtonschritten inhärent. Historisch betrachtet sind diese nämlich als praktischer Kompromiss von den proportionalen reinen Intervallen und ihrer Ineinanderschachtelung abgeleitet und nicht aus grundsätzlich gleichen kleinen Sekunden aufgebaut (als zwölfte Wurzel aus 2, was mathematisch und stimmtechnisch sehr viel komplizierter ist).

Nun war die entscheidende Leistung des Pythagoras aber nicht die Definition der musikalischen Intervalle mittels (am Monochord gefundener) Zahlenproportionen – sie dürften im Prinzip schon früher bekannt gewesen sein –, vielmehr die Erkenntnis, dass dabei Quantitatives (Zahlen) und Qualitatives (Gehörsempfindungen) in einem essentiellen Zusammenhang stehen. Das heißt, dass die Zahl, das Abstrakteste, Formalste, das sich denken lässt, immer schon das Po-

tential der Inhaltlichkeit enthält, zumindest wenn sie in ein Verhältnis zu einer anderen Zahl tritt, vielleicht auch schon, wenn man ihre jeweiligen "inneren Verhältnisse" betrachtet. Überdies stellte Pythagoras eine gewisse korrelierte Hierarchie der Zahlen- und der Klangordnung fest: Je einfacher die Zahlen, desto einiger, verschmelzender, reiner die entsprechenden musikalischen Intervalle, angefangen von der Prime 1:1 über die Oktave 2:1, die Doppeloktave 4:1, die Duodezime 3:1, die Quinte 3:2, die Quarte 4:3 usw. Dabei nannte er die Verhältnisse zwischen den ersten vier Zahlen, also Prime, Oktave, Doppeloktave, Duodezime, Quinte und Quarte, vollkommene Konsonanzen, die weiteren unvollkommene. Die einfachsten, vollkommenen Konsonanzen, strahlen Stabilität, Reinheit, Ruhe aus, die "unvollkommenen", (wie die große Terz $(81:64 = 3^4:2^6 / 1)$ oder nach Didymos dem Musiker 5:4), Weichheit, Affiziertheit, die Dissonanzen, wie der Tritonus (729:512 = $3^6:2^9$ / oder nach Didymos 45:32), starke bis extreme Spannungen. Der seelische "Charakter" eines Intervalls entspricht somit seiner zahlhaft-proportionalen Form (aus geordneter Materie als regelmäßigen Schwingungen), ebenso umgekehrt, und das überdies in einer gewissen hierarchischen Anordnung.

In dieser Sichtweise ist die Musik eine besonders urtümliche, besonders direkte (von daher noch ziemlich "ätherische", immaterielle) Entfaltung von Zahlen bis ins Psychische. So seltsam, ja kurios das heute erscheinen mag, so sehr hatte Pythagoras mit diesem Konzept, wonach nicht nur die Musik, sondern letztlich "alles Zahl ist", bis in die Neuzeit, genauer gesagt: bis in die erste Hälfte des 18. Jahrhunderts, nachhaltigen Erfolg.

Dass der Pythagoreismus auch in den christlichen Jahrhunderten der Spätantike, des Mittelalters und der frühen Neuzeit weiterhin ein so hohes Ansehen genoss, mag verwundern. Das kulturelle Hauptanliegen Europas galt in diesen ca. anderthalb Jahrtausenden aber der Harmonisierung von christlich-biblischem und griechisch-philosophischem Denken, worum sich besonders die Scholastiker bemüht haben und was erst durch die Reformation breit (aber noch nicht durchschlagend) in Frage gestellt wurde. Zwar schienen auf den ersten Blick die biblischen Botschaften so gar nichts mit der pythagoreischen Zahlenphilosophie gemein zu haben, doch fanden sich glücklicherweise ein paar Stellen im Alten Testament, die doch als Brücke dienen konnten, insbesondere der immer wieder zitierte Vers aus dem *Buch der Weisheit* (11.21), der von Gott sagt: "Du hast al-

les nach Maß, Zahl und Gewicht geordnet."⁷ Die in Zahlen aussprechbare Ordnung des von Gott geschaffenen Kosmos war der sichtbare Beweis für die einzigartige Würde der Mathematik.

Diese Würde strahlte nach Pythagoras in hervorragender Weise auf die Musik aus, freilich weniger auf die praktische Musik als auf die Musiktheorie. Das konnte so weit gehen, dass das Moment des Erklingens in der Musik als nebensächlich betrachtet wurde, das der Proportioniertheit hingegen als essentiell. Dies galt übrigens schon für den pythagoreischen Mythos der Sphärenharmonie, von der man allgemein annahm, dass sie für menschliche (sublunare) Ohren gar nicht zu hören sei. Der spätantike Gelehrte Cassiodorus Senator (ca. 485-580) definierte die Musik, jenseits der Klangkunst, geradezu als eine Rede von Zahlen: "Musica est disciplina vel scientia, quae de numeris loquitur."

Abgrenzung zu Kabbalistik und Zahlensymbolik

Was erwartete man von solcher Zahlenrede? Hier könnte es zwei Missverständnisse geben – und es hat sie gegeben –, das der kabbalistischen Gematria und das der Zahlensymbolik. Die jüdisch-christliche Gematria sah einen essentiellen Zusammenhang zwischen dem hebräischen bzw. griechisch-lateinischem Alphabet und der Reihe der natürlichen Zahlen, so dass man glaubte, bestimmte Zahlen in Worte übersetzen und inhaltlich deuten zu können; ebenso ließen sich auf diese Weise Worte in Zahlen verschlüsseln. In erster Linie ging es dabei um die "mystische", eigentlich mysteriöse Deutung der Heiligen Schrift, aber auch andere Verwendungen kamen in Frage. Bekannt ist z.B. noch aus dem 18. Jahrhundert von Johann Sebastian Bach die vielfache gematrische Verwendung seines Namens B-A-C-H = 2+1+3+8=14 in seiner Musik. Offenbar übte diese Verbindung von Zahlen und Buchstaben bzw. Worten über mehrere Jahrhunderte eine starke Faszination aus, wurde aber andererseits von einigen Gelehrten als willkürliche Konstruktion durchschaut, etwa von Johannes Kepler, der in seinen Harmonices mundi libri V schrieb: "Ich hasse alle Kabbalisten." Kepler ging es als Mathematiker und Astronom darum, die essentielle Ordnung der Zahlen und Figuren und ihren Zusammenhang mit der Welt zu verstehen und dabei nicht

⁷ Auch die Maße des salomonischen Tempels (siehe 1. Könige 6.2ff.) von 60 Ellen Länge, 30 Höhe und 20 Breite entsprechen mit 2:1 (Oktave), 3:2 (Quinte) und 3:1 (Duodezime) dem pythagoreischen Konzept der vollkommenen Konsonanzen.

menschlich bedingten, zufälligen Konstruktionen, wie der Reihenfolge der Buchstaben im Alphabet, zu erliegen.

Das andere, ebenfalls kulturell bedingte Missverständnis ist das der noch viel verbreiteteren und bis heute beliebten Zahlensymbolik, die zum Teil ebenfalls auf mehr oder weniger willkürlichen Korrelationen beruht. Ein Beispiel sind die "sieben Schmerzen und sieben Freuden Mariens". Was haben die genannten Affekte mit der Zahl 7 zu tun? Konkret eigentlich nichts. Die 7 gilt aber generell als eine "mysteriöse Zahl" und erschien daher den "marianischen Mysterien" angemessen zu sein – wie auch dem Mysterium der ganzen Weltschöpfung in sieben Tagen. (Dies gilt für die tiefere Interpretationsebene; auf der Oberfläche liegt natürlich der Bezug der Sieben-Tage-Woche zu den ca. 28 Tagen des Mondumlaufs auf der Hand.) Tatsächlich könnte man sagen, dass die 7 als nicht mehr leicht auf einen Blick zu überschauende Primzahl auch an sich etwas Mysteriöses oder Inkommensurables habe, jedenfalls im Vergleich zur "einfach gestrickten" nachfolgenden 8 (= 2³) oder der voraufgehenden "ordentlichen" 6, die, außer durch 1, auch durch 2 und 3 geteilt werden kann und deren Teilersumme sie selbst ergibt, weshalb sie "vollkommen" genannt wird.⁸ Ja, die eigentliche Schöpfung der Weltordnung dauerte auch nur sechs Tage und nicht sieben: "Gott segnete den siebten Tag und erklärte ihn für heilig; denn an ihm ruhte Gott, nachdem er das ganze Werk der Schöpfung vollendet hatte." (Gen. 2.3) Das lässt sich theologisch so interpretieren, dass das Verhältnis Gottes zur Schöpfung – ungeachtet deren prinzipieller Erkennbarkeit – ein Mysterium bleibt.

Das Beispiel zeigt, dass in der Zahlensymbolik sehr oft echte mathematische Momente und eher willkürliche Konnotationen ineinanderspielen. Dies ist auch in *Numerorum mysteria* des Pietro Bongo der Fall (Bergamo 1591), dem größten Standartwerk der Zahlensymbolik, in dem 400 Autoren zusammengefasst sind. Bongo ist keineswegs ein mathematischer Purist, hält es im Gegenteil für naheliegend, schon die pythagoreische Mathematik mit der jüdischen Kabbala

⁸ Ein ähnlicher Fall liegt bei der 11 und vor allem der 13 im Verhältnis zur 12 (der doppelten 6) vor, nur dass das Irreguläre hier nicht als heilig, vielmehr als unvollkommen, unglücklich gedeutet wurde. Im chinesischen Taoismus gilt die 11 freilich als Zahl des (unberechenbaren) Tao und daher als Glückszahl.

und ihrer Gematria in Verbindung zu bringen, natürlich auch mit Astrologie und zahllosen anderen zahlensymbolischen Konnotationen.

Bis auf den heutigen Tag herrscht ein heilloses, überwiegend esoterisches Wirrwarr, was Begriffe wie "Zahlensymbolik" oder "Zahlenmystik" betrifft, wobei man sich über den Grad an Willkür bzw. (innerer) Notwendigkeit in der Regel wenig bewusst ist und alles durcheinandermengt. Mein Interesse indes gilt nicht primär Zahlensymbolen und ihren vielen Konnotationen, sondern der (nach meinem Verständnis) von Pythagoras und Kepler gesuchten *qualitativen Zahlauffassung*, das heißt: Bedeutungsqualitäten, die *in* den Zahlen selbst begründet sind und nicht an sie herangetragen werden! Diese Bedeutungen sollen keine willkürlichen, sondern notwendige Explikationen der Zahlen sein. Dabei liegt es auf der Hand, dass die Explikationen nicht allzu konkret sein können, wenn sie die hohe Allgemeinheit der Zahlen noch bewusst halten sollen. Die Musik und die Musiktheorie verstehe ich (wie schon Pythagoras und auch Novalis) als einen "januarischen" Grenzfall, der auf der Schwelle zwischen mathematischer Form und konkretem Inhalt in beide Richtungen schaut, und halte sie von daher für exzeptionell "aufschlussreich".

Ontologie der Zahlen

Was ist Zahl?

Wenn die Zahl mehr sein soll als eine Abstraktion von aufgezählten Dingen, was ist sie dann? Zunächst ist festzustellen, dass der Begriff einer Sache nicht identisch ist mit ihrem Sein. Der Begriff von etwas beruht auf menschlicher Reflexion; das heißt: Ohne den Menschen – nehmen wir an – gibt es von gar nichts irgendeinen Begriff. Daraus zu schließen, dass es tatsächlich vor oder ohne bewusste Reflexion gar nichts gebe, ist meines Erachtens absurd (auch wenn das im subjektiven Idealismus oder im radikalen Konstruktivismus die Konsequenz ist).

Der *Begriff* der Zahl ist zweifellos, wie alle anderen Begriffe, eine menschliche Kreation; es ist dabei aber immer zu fragen: Kreation aus was? Denn eine "creatio ex nihilo" ist im strikten Sinn ein Unding, auch wenn "Emergenz" (wörtlich: "Auftauchen" (von Neuem)) ein fundamentales Prinzip der Wirklichkeit zu sein scheint. Diese Emergenz ist aber in jedem Fall eine relationale, bezugnehmende und damit auch relative, keine absolute Neuschöpfung. Die christliche Theologie hat allerdings über Jahrhunderte eben diese Möglichkeit der Schöpfung aus Nichts für Gott behauptet; sie widersprach damit aber einem schon in der Antike anerkannten logischen Grundsatz und hat dabei das philosophische Problem bis heute offenbarungsgemäß ausgesessen, nach dem Motto: "Bei Gott ist kein Ding unmöglich." (Auch kein viereckiger Kreis?) – Für meine Argumentation bleibe ich hingegen bei dem Grundsatz "Ex nihilo nihil fit." (Aus Nichts entsteht nichts.)⁹

Nun könnte man sagen: Es wird ja auch nicht behauptet, dass der menschliche Begriff der Zahl keine Veranlassung hätte; sie wird veranlasst durch die vielen abzählbaren Dinge, die wir Menschen schließlich zum allgemeinen Begriff der Zahl abstrahiert haben. Das mag für den Menschen phylogenetisch so gewesen sein, erklärt aber nicht das Wesen der Zahlen, die nicht nur für den Menschen

⁹ Das Lehrgedicht des Lukrez *De rerum natura* basiert, noch fundamentaler als auf dem Atomismus, auf der Einsicht "nil posse creari de nihilo" (I, 156f., ähnlich 205ff.). Daraus folgt die Nicht-Notwendigkeit des Götterglaubens für die Erklärung der Wirklichkeit und die Ewigkeit der "rerum primordia" (I, 215 und 268).

relevant sind, sondern in gewisser Weise auch die übrige, vor- und außermenschliche Wirklichkeit durchwirken (z.B. die Ordnung der Atome und Moleküle). Grundsätzlich hat Platon gegen die aristotelische Auffassung eingewandt, dass man bereits einen Begriff der Zahl haben müsse, um Dinge abzählen zu können. Diese Denkweise entspricht überhaupt seiner sokratischen "Hebammenmethode", wonach Erkenntnisse im Grunde nichts fundamental Neues sind, vielmehr nur aus einem eingeborenen Wissen (dem ewigen Ideenhimmel) "hervorgebracht" werden müssen (oder, neuplatonisch gesprochen, von sich aus "emanieren" – ausfließen). Im Fall der Zahl ließe sich sagen: Die Welt in ihrer Vielheit muss so beschaffen sein, dass sie prinzipiell "abzählbar" ist – und nicht etwa ein opakes Chaos ist. Damit mag zwar der Begriff der Zahl etwas Menschliches sein, der tiefere Grund der Zahl wie des Zählens liegt aber in der Ordnungshaftigkeit, der Strukturiertheit der Wirklichkeit.

Darüber hinaus ist die Wirklichkeit nicht nur prinzipiell abzählbar – bis hin zu einer entropischen Verteilung von Momenten –, vielmehr bildet sie in der Evolution auch noch komplexe selbstbezügliche Strukturen, Unterordnungen, Muster und Hierarchien, und das wiederkehrend und charakteristisch – ähnlich wie bestimmte Zahlen in der arithmetischen Reihe jeweils charakteristische Muster bilden. – Betrachten wir beispielsweise die Fünfzahligkeit von (ungezüchteten) Rosenblüten, so wird sich schwerlich behaupten lassen, sie beruhe auf menschlichem Abzählen. Unser Abzählen und Abstrahieren auf den Begriff "5" ist ein nachträglicher Vorgang. Die Fünferstruktur der Rosenblüte (oder des Seesterns, des Seeigels etc.) ist hingegen vorgängig und nicht von uns gemacht.

In dem Kinderlied "Weißt du, wieviel Sternlein stehen?" heißt es:

"Gott, der Herr, hat sie gezählet, Daß ihm auch nicht eines fehlet An der ganzen, großen Zahl."

Hier wird eine vor- und übermenschliche, "Gott" genannte Instanz besungen, die die Ordnung der Welt verursacht hat und garantiert. Und diese Ordnung wird als "Gezähltheit" oder "Zahl" erkannt. Womöglich ist ihr "Gott" selbst mit der Zahl aufs Engste verbunden. Dass sie "Gott" genannt wird, mag nur ein vorläufiger

Stellvertreterbegriff für etwas nicht zu Fassendes sein. Wie auch immer: Dem reflektierten Begriff der Zahl geht eine ontologische Realität der Zahl voraus. Und die hängt wiederum nicht an den einzelnen Realisierungen der Wirklichkeit, den Dingen der Welt, sondern scheint ihr als Struktur- und Bildungsprinzip zugrunde zu liegen.

Im früheren, Newtonschen Weltbild galten Raum und Zeit als quasi ewiger Rahmen, in dem die Wirklichkeit sich entfaltet – bis Albert Einstein erkannte, dass sie selbst erst mit der Entfaltung der Wirklichkeit entstehen, und das nicht unabhängig, sondern relativ zueinander, relational. Ist es mit den Zahlen, wenn sie schon keine rein menschlichen Erfindungen sind, vielleicht ähnlich? Anders gefragt: Entstehen die Zahlen, genauer gesagt: die Zahlhaftigkeit erst mit der Strukturwerdung der Wirklichkeit? Dies wäre wohl zu bejahen, wenn die Wirklichkeit von Grund auf eine gewordene, eine entstandene wäre, so wie im jüdisch-christlichen Weltbild und in vielen weiteren Schöpfungsmythen. Es könnte aber sein – und die Griechen und manche anderen Völker haben das so gedacht – dass die Wirklichkeit in gewissen großen Zyklen nur "umgeschaffen" wird, im Grunde aber ohne Anfang und Ende ist, von einem "kosmischen Jahr" oder einem "Urknall" zum nächsten ins Unendliche. Dann könnte die Struktur der Zahlen womöglich die einzige Brücke zwischen den Welten (den "Verwirklichungen") sein, als das einzige Gesetz, das allen Strukturen zugrunde liegt. Wenn hinwiederum die Zahlen wie die Welten Entfaltungsstrukturen sind, dürfte es stimmiger sein, sich die "vorweltlichen Zahlen" als unentfaltete vorzustellen. Was sind unentfaltete Zahlen? Nichts anderes als die 1, aus der alle natürlichen Zahlen hervorgehen (und schließlich auch die künstlich abgeleiteten). Das Erste und Letzte, das Alpha et Omega schlechthin, wäre demnach, wie schon die Platoniker wussten, sowohl in real-weltlicher als auch in ideal-zahlhafter Hinsicht, Hen, das Eine.

1 oder 0? "Sein oder Nicht-Sein – das ist hier die Frage"

Ist die 1 wirklich der Beginn von allem oder nicht doch die 0 (wie es im Koordinatensystem den Anschein macht), anders gefragt: Sein oder Nichts?

Lassen wir uns inspirieren von Lao tses *Tao te king*, etwa vom 40. Spruch:

"Rückkehr ist des Tao Bewegung; Schwachsein ist des Tao Verhalten. Die zehntausend Dinge entstehen im Sein; das Sein entsteht im Nichtsein."

Das scheint für die Priorität der 0 zu sprechen. Im 2. Spruch heißt es hingegen: "Sein und Nichtsein erzeugen einander", womit 1 und 0 gleichwertig erscheinen. Es ist aber in beiden Sprüchen vom "Nichtsein" die Rede und nicht vom "Nichts" 10, – übrigens auch in Shakespeares berühmtem "To be, or not to be, that is the question." Ist dann die 0 überhaupt das richtige Symbol? Und was ist der Unterschied von "Nicht-Sein" und "Nichts"? Die Frage, deren Bedeutung im Alltag höchst belanglos erscheint, dürfte nach meiner Einschätzung ontologisch von größter Bedeutung sein.

Geht das Nichts dem Einen voraus? Das zu bejahen, scheint logisch zu sein. Die allereinfachste, besser gesagt voraussetzungsloseste Annahme, die sich denken lässt, ist die des Nichts, das heißt: dass nichts ist. Diese entspricht zwar keineswegs unserer Erfahrung, und doch ist sie an sich unvergleichlich einfacher als die Annahme, dass etwas ist.

Folgt man Martin Heidegger, so ist es dem Nichts im Grunde des Daseins geschuldet, dass wir uns überhaupt die Grundfrage aller Metaphysik stellen können: Warum ist überhaupt etwas und nicht vielmehr nichts? So gesehen bewirkt das Nichts etwas, es "nichtet", wie Heidegger sagt. – Ich halte diesen Ansatz wie auch andere, die vom Nichts ausgehen, für verfehlt und stimme stattdessen Platon zu, der in den Dialogen *Sophistes* und *Parmenides* überzeugend dargelegt hat, dass es das reine Nichts gar nicht "gibt". Verfehlt ist alle Rede vom Nichts, weil sie immerzu vom Dasein ausgeht, ausgehen muss. Insoweit pflichtet Platon seinem älteren Kollegen Parmenides durchaus bei, nur teilt er nicht dessen Meinung, dass es keinerlei Art von "Nicht-Sein" gebe. Die Verneinung des Seins ist das Nicht-Sein und nicht das Nichts. Dazwischen liegen Welten, ja mehr als das: Im reinen Nichts ist keine Bewegung, mithin gar keine Entwicklung zur Welt vorstellbar, auch nicht ansatzweise oder potentiell! Das sogenannte "Nichts", tatsächlich das Nicht-Sein, ist also an das Sein gekoppelt, steht, wie Platon sagt, in Relation zu ihm. So gesehen ist gegen Heidegger Jean-Paul Sartre zuzustim-

¹⁰ Der Kommentator Wang Bi (226-249) war da allerdings anderer Meinung, doch wird diese selten vertreten.

men, der befand, wenn das Sein verschwände, würde mit ihm auch das Nicht-Sein verschwinden. Könnte man dann vom absoluten Nichts sprechen? Gewissermaßen, freilich weit jenseits von allem "Sprechen".

(Überhaupt kann man in dieser Sache die traditionelle platonische Terminologie kritisieren: Das "bare Nichts" wird oft eine "privatio entis" genannt, wörtlich eine "Beraubung des Seins". Das ist irreführend; denn man kann nur etwas berauben, was vorher schon da ist, selbst wenn man es vollständig ausraubt. Noch ärger ist der deutsche Terminus "Seinsmangel" für das Nichts; das hört sich so an, als wenn das Nichts das Sein nur mehr oder weniger verringere. Beides klingt nach relationaler Verneinung des Seins, also nach Nicht-Sein. Das bare Nichts soll aber ein grundständiges, absolutes, nicht-relationales sein. Es ist damit nicht nur nichtig, sondern auch unaussprechlich.)

In *Wirklichkeit* gibt es aber kein absolutes Nichts. Angenommen, man gehe im Denken und Sein wirklich vom Nichts aus, so kann man in Ewigkeit zu nichts kommen – selbst als Gott nicht: Ex nihilo nihil fit! Es ist ein tief absurder Gedanke, dass das Nichts irgendetwas tue, z.B. "nichtet". Da ist nichts, was etwas tun könnte. Genau so wenig kann man mit ihm etwas machen oder anfangen. Da ist nichts, mit dem etwas anzufangen wäre.

Die von Heidegger formulierte ontologische Verwunderung ist gleichwohl voll berechtigt, eben weil es viel voraussetzungsloser ist, vom Nichts als vom Sein auszugehen. Nun leben wir aber nicht im Nichts – das ginge beim besten Willen auch nicht –, sondern im Sein. Wir haben uns von jeher daran gewöhnt, aber zu verstehen ist es im Grunde nicht. Wie konnte es vom Nichts zum Sein kommen? Gar nicht! Das Nichts ist nicht vor dem Sein. Das Nichts gibt es, wie gesagt, gar nicht. Man denkt es sich zwar so, wie man heute die 0 vor der 1 denkt. Aber ohne die 1 wäre niemals jemand auf die 0 verfallen (ohne die 0 aber sehr wohl auf die 1).

Was als "Nichts" oder symbolisch als "0" bezeichnet wird, meint oft eigentlich das "Nicht-Sein" oder die Verneinung des Einen. So ist im binären System die sogenannte 0 nicht ein "Loch", sondern eine systemische Verneinung der 1. (Man könnte eine solche statt 0 wohl besser -1 schreiben; aber das brächte unsere seit Jahrhunderten gebräuchliche mathematische Symbolik und Logik durcheinander.) Um Missverständnisse zu vermeiden, dürfte es genauer sein, für die Verneinung der 1 bzw. des Seins, für das Nicht-Sein also, 1-1 zu schreiben, die

0 hingegen für das absolute Nichts zu reservieren. 1 und 1-1 bilden zusammen ein Muster, – aus dem sich die ganze Welt aufbauen, jedenfalls beschreiben lässt, wie in den letzten Jahrzehnten die umfassende Digitalisierung eindrucksvoll demonstriert hat. Auch hier haben wir es nicht mit zwei Prinzipien zu tun, sondern mit *einem* Prinzip, das aus sich heraus ein fortwirkendes Muster generiert, indem es sich zu sich selbst in Beziehung setzt.

Wie immer die Wirklichkeit beschaffen ist, sie kann substantiell kein reines Nichts sein, ¹¹ vielmehr wesentlich Sein, und zwar ewiges Sein (ob man dieses nun in "Gott" oder in der "Natur" oder in deren Einheit begründet sieht). Gleichzeitig muss man sagen, sieht man einmal von unserer Gewöhnung ab: Das Dasein ist in höchstem Maß verwunderlich; denn es ist da, obwohl es – wenigstens logisch betrachtet – unvergleichlich wahrscheinlicher ist, dass es nicht da ist. Ja, vom Nichts aus gedacht ist es absolut unmöglich, dass jemals etwas da sein kann (nicht einmal die Zeit; insofern gäbe es im Nichts natürlich auch kein "jemals").

Nun ist aber mit der Tatsache des Seins das Dasein des Wirklichen nicht hinreichend erklärt. Gäbe es nämlich nichts als das reine Sein, so wäre dies in der Tat eine statische Entität und keinerlei Bewegung oder überhaupt Optionalität oder Potentialität möglich – wie in der Philosophie des Parmenides. Man kann sich das wieder an der 1 klarmachen: Angenommen es gäbe nur die 1 und gar keine anderen Zahlen, so wäre dieses Eine zugleich Alles, d.h. es wäre unendlich voll, opak, ohne irgendwelche Zwischenräume, und ließe keine Möglichkeit für irgendetwas Weiteres. Ja, dieses Sein der 1 wäre geradezu mit der 0 zu verwechseln, da in ihm keinerlei Vielheit, angewandt gesagt: konkretes Seiendes zu erkennen wäre. Offenbar entspricht dieser Zustand aber nicht der Wirklichkeit. Die Wirklichkeit ist eine reiche Vielheit – analog zur Reihe der natürlichen Zahlen. Allerdings kann sie keine prinzipielle Vielheit sein, da sich schon die Begriffe "Vielheit" und "Prinzip" ausschließen. Wenn man leugnet, dass Einheit das Prinzip von Vielheit ist, begibt man sich ("prinzipiell") der Möglichkeit, irgendetwas grundsätzlich zu erklären. Aber nicht nur unser Denken funktioniert nach dem Prinzip der Einheit, sondern offenbar die Wirklichkeit selbst, aus der das menschliche Denken hervorgegangen ist. (Das soll nicht heißen, dass im Verhältnis von Denken und sonstiger Natur keine Komplikationen aufträten;

¹¹ Der Physiker Lawrence M. Krauss scheint dies allerdings anders zu sehen; ich komme darauf weiter unten zu sprechen.

wäre dies der Fall, gäbe es gar kein Erkenntnisproblem, und wir würden "sehen wie Gott".)

Festzuhalten ist also: Der Ausgangspunkt des Seins ist das Eine, wie in den Zahlen die 1, und nicht das Nichts, die 0.¹² Aber auch das Nicht-Sein, die 1-1, kann an sich kein Ausgangspunkt sein, da es das Sein, die 1, verneint, somit voraussetzt. – Oder ist das nur sprachlich so? Könnten wir nicht für das Nicht-Sein ein nicht-zusammengesetztes, einfaches Wort haben, so dass das Sein *als* Verneinung des vorausgesetzten Nicht-Seins erschiene, gewissermaßen als Nicht-Nicht-Sein, als -(1-1)? Auch dann könnte das Nicht-Sein (1-1) jedenfalls nicht Nichts (0) sein, denn die Verneinung des Nichts (0-0) führt ebenso wenig zu irgendetwas wie seine positive Bestätigung (0+0). Das Moment des Seins, des Einen (1), muss also im Nicht-Sein (1-1) notwendig mitgedacht werden, und das sogar als ontologischer (nicht unbedingt zeitlicher) "Ausgangspunkt", als Prinzip.

(Kann man den Unterschied zwischen Nichts und Nicht-Sein hinsichtlich des Seins oder des Einen mit den Begriffen "kontradiktorisch" und "konträr" fassen? Schlecht, würde ich sagen. Der formal-sprachliche Gegensatz des Seins ist seine Verneinung, also das Nicht-Sein; das wäre eigentlich kontradiktorisch, wie Farbe und Nicht-Farbe. Wie aber soll man dann den Unterschied zwischen Sein und Nichts bezeichnen? Er liegt jenseits des Kontradiktorischen, weil beide Begriffe sich nicht nur nicht auf einander beziehen, sondern überhaupt nicht "von einer Welt" sind, in der sie sich verneinen könnten. Das absolute Nichts ist unendlich weniger als eine Verneinung des Seins, und das Sein ist unendlich mehr als eine Umkehrung des Nichts. Dagegen sind Sein und Nicht-Sein – jedenfalls wie ich sie verstehe – auf einander bezogen und damit eigentlich ein konträrer Gegensatz (wie Licht und Finsternis) und kein kontradiktorischer. – Wie kommt es zu dieser Begriffsverwirrung? In anderen Fällen des Daseins ist die Verneinung einer Sache deren kontradiktorisches Gegenteil. Wenn aber die Sache keinen bestimmten Inhalt hat und ganz "leer" ist, wie es bei den Begriffen des Seins oder des Einen der Fall ist, ist seine Verneinung (paradoxerweise) die einzig mögliche Bezugnahme. Ja, Sein und Nicht-Sein sind unbedingt auf einander bezogen, gar "zum Verwechseln ähnlich". Ungeachtet der formal-sprachlichen Logik sind

¹² Dies entspricht dem antiken mathematischen Denken und widerspricht dem neuzeitlichen auf der Basis des cartesianischen Koordinatensystem, in dessen Zentrum (origo) die 0 steht. Vgl. dazu meine Ausführungen in *Resonante Wirklichkeit*, S. 191-195.

sie damit keine kontradiktorischen, sondern konträr-polare Gegensätze und "im Grunde" vielleicht nicht einmal dies, insofern sie im Einen gründen.)

Das absolute Nichts kann also nicht der Grund der Welt sein. Was aber ist nun eigentlich die Alternative, das Eine oder das Sein? Die Antwort könnte davon abhängen, ob wir uns das Nichts gewissermaßen nicht-mathematisch oder aber nicht-physikalisch dachten. Ich sage: "gewissermaßen", weil sowohl der Begriff des Einen als auch der des Seins im Grunde vorphysikalisch und vormathematisch gemeint sind. Sie scheinen in dieser Hinsicht auch untrennbar zu sein: Das Eine ist (da es das Nichts nicht gibt), und das bare Sein ist in seiner Ganzheit eines.

Die Platoniker, insbesondere Plotin, machen freilich einen diffizilen Unterschied zwischen dem "seiend Einen" und dem absoluten, "transzendenten Einen", das noch jenseits des Seins liege. ¹³ So recht weiß ich damit nichts anzufangen, da doch schon das reine Sein, ja auch alles rein Formale, wie die ganze reine Mathematik, gewissermaßen "transzendent" sind, wenn man mit dem Immanenten die physische Welt meint. (Dies wäre allerdings ein sehr enger Begriff von "immanent".) Soll es da noch eine Transzendenz des Transzendenten geben, eine potenzierte Transzendenz, womöglich eine hochdifferenzierte Hierarchie von Verwirklichungsstufen im Einen, "bevor" es Sein "wird"? Das mag vielleicht so sein, aber was soll man darüber wissen und aussprechen können?!

Spinoza ermutigt mich, die ganze Unterscheidung von immanent und transzendent hinter mir zu lassen. Habe ich mich damit insgesamt vom Platonismus verabschiedet? Nicht unbedingt. Ein in Turin erhaltener anonymer fragmentarischer Parmenides-Kommentar, der dem Plotin-Schüler Porphyrios zugeschrieben wurde, zeigt, dass die Platoniker über die "letzten Dinge" nicht unbedingt einer Meinung waren. Jens Halfwassen spricht über diesen Kommentar im Kontext seines Plotin-Buches:

"Anders als Plotin bezieht Porphyrios das jenseitige Eine aber auch positiv auf das von ihm begründete Seiende (ebd. XI-XII). So ist das Eine als Grund und Ursprung alles Seienden zwar selber kein inhaltlich bestimmbares und erkennbares Seiendes, sondern "überseiend" (*hyperousios*, ebd. II,11) und, "jenseits des Seienden" (*epekeina tou ontos*, ebd. XII 23f. 31). Es ist jedoch nicht auch jenseits des Seins selbst wie bei Plotin, sondern es

¹³ Siehe Plotin III 8, 30,74f. (Über die Natur die Schau und das Eine), dazu auch P.T. Resonante Wirklichkeit, S. 183f..

ist vielmehr das reine "Sein selbst" (auto to enai), verstanden als 'die reine absolute Tätigkeit oder Wirksamkeit' (auto to energein katharon)". 14

In diesem Verständnis des Einen als reines Seinswirken, als "Seinsakt", nähert sich die platonistische Sicht derjenigen Spinozas von der "natura naturans" als dem dynamischen Ganzen. Dabei ist weiter zu vergegenwärtigen, dass dieses reine Sein des Einen an und für sich ganz abstrakt bleibt. Es ist gleichwohl als "einheitsstiftender Akt" zu verstehen, damit als "die Seele des Seienden", wie der Kommentar sagt. Erst dadurch kommt es vom umfassenden Sein zur bestimmten "Existenz", man könnte auch sagen: vom Einen zur Eins.

Wie kann man sich das vorstellen? Da ist zu nächst die Frage: Was zeichnet das Sein des Einen aus? Im Grunde nichts! Denn dieses Eine kann als solches durch nichts "charakterisiert", d.h. "geprägt" und dadurch eingeschränkt sein. Es ist eben zunächst kein bestimmtes Eines, sondern Eines schlechthin. Als solches ist es zugleich Alles. Und dieses Alles ist das reine Sein. Das Potential von allem muss in ihm sein, aber nicht als konkret "Vorgeformtes" wie im Samen die Pflanze. Vielmehr kann die "Urform" nur das Eine selbst sein in seiner ganzen "Formlosigkeit". Von daher gleicht es sowohl dem Unendlichen wie dem Nichts, und der Abgrund zwischen ihnen scheint aufgehoben. Die Formlosigkeit ist aber nicht mit einem Chaos (im heutigen Wortgebrauch) zu verwechseln, das ein Wirrwarr von Vielem enthält; viel eher gleicht sie der Leere – tatsächlich bedeutet "Chaos" ursprünglich "gähnende Leere" -, einer Leere, die gleichwohl nicht Nichts ist, sondern absolute Vollheit, nicht voll von Vielem, sondern nur vom Einen selbst, das das Ganze ist. Wenn es bei diesem Einen bliebe, wäre es tatsächlich nicht vom Nichts zu unterscheiden, obwohl es das Gegenteil ist, wie wir an seinen Folgen sehen. (Es gleicht einem ganz durchsichtigen Medium, das – anders als ein halb gefülltes Glas Wasser – weder äußere noch innere Grenzen hat.)

Die Folgen des Einen sind die Welt. Aber so weit sind wir noch lange nicht. Zunächst einmal ist darüber zu sprechen, wie es überhaupt vom Einen zum Vielen kommen kann, zunächst zum Zweiten. Dies gilt mit Recht als ein Hauptproblem

¹⁴ Jens Halfwassen, *Plotin und der Neuplatonismus*, München 2004, S. 145. Vgl. ausführlicher Václav Němec, *Die Theorie des göttlichen Selbstbewusstseins im anonymen Parmenides-Kommentar*, in: Rheinisches Museum für Philologie, Neue Folge, 154. Bd., H. 2 (2011), S. 185-205.

aller platonischen Metaphysik oder aller monistischen Welterklärungen. Gäbe es ein zweites Prinzip, so könnte man sich durch die Interaktion beider Prinzipien wohl eine Vielheit konstruiert denken. Die dualistischen Weltmodelle machen es sich so "einfach". Aber das Eine (als Einfaches und zugleich Ganzes) ist nun mal nicht prinzipiell zweifach. Woher sollte ein zweites "Prinzip" im Einen kommen? (Die Pluralbildung von "Prinzip" ist übrigens logisch genauso unmöglich wie die von "Substanz". "Prinzip*ien*" sind streng genommen nicht wirklich prinzipiell, und "Substanzen" sind nicht wirklich substantiell.)

Platon selbst scheint sich jahrzehntelang mit diesem Problem herumgeschlagen zu haben. Seine Philosophie ist insgesamt eine waghalsige Gratwanderung zwischen Monismus und Dualismus. Die in seinen Dialogen vor allem von Sokrates verkündete Ideenlehre scheint dualistisch zu sein: hier die bewegte, vergängliche Welt, dort die ewigen Ideen. Betrachtet man hingegen seine "ungeschriebene Lehre", wie sie von seinen Schülern und noch im sogenannten Neuplatonismus tradiert und in den letzten Jahrzehnten rekonstruiert wurde, so scheinen die (schon in sich aporetischen) Dialoge nicht Platons letztes Wort gewesen zu sein. Nach dieser schließlich monistischen, ganzheitlichen Lehre gibt es jenseits der Ideen noch die "Prinzipien" des bestimmten, unbewegten, parmenideischen Einen und der "unbestimmten Zweiheit", die für die Bewegung in der Welt verantwortlich ist. Diese unbestimmte Zweiheit soll aber letztlich nur ein "Pseudo-Prinzip" sein, das abhängig ist vom echten Prinzip des Einen und ihm nachgeordnet. Ungeachtet aller bemühten Erklärungen ist mir diese Konstruktion nicht recht schlüssig geworden, zumal die unbestimmte Zweiheit sowohl im Zenit des höchsten Seins als auch am untersten Rand der Wirklichkeit unterhalb der dinglichen Welt wirksam sein soll. Und allein die Terminologie: Wie soll eine Zweiheit überhaupt ein Prinzip sein können?

* * *

Exkurs: Plotin, "Über die Zahlen"

Unter den Platonikern gab es, wie zu erwarten, von Anfang an verschiedene Auslegungsrichtungen Platons. Die nachträglich "Neuplatoniker" genannten Philosophen der Spätantike haben weiter versucht, die Grundlagen der Wirklich-

keit, will sagen: das Verhältnis vom Einen zum Vielen, zu klären. Das gilt insbesondere für den Kopf der Schule Plotinos. Ich stelle hier – auch im Hinblick auf weitere Ausführungen – einige wichtige Aussagen seiner Schrift Über die Zahlen zusammen.¹⁵

Die Platoniker sind sich darin einig, dass die Grundlagen des Seins, die Prinzipien und Ideen, wesentlich objektiver, nicht subjektiver Natur sind. Das gilt an erster Stelle für das Eine und dann für die aus ihm hervorgehenden Zahlen. "So dürfte das Eine früher sein als der Mensch", ja früher als alles Seiende und alle Bewegung. (5.) Das Eine hat eine "substantielle Natur" (13.), und dies gilt auch noch für die "wesenhafte Zahl" (9.) In ihr "hat das Seiende seine Basis und Quelle und Wurzel und Prinzip. Denn für das Seiende ist das Eine Prinzip, und in diesem ist es seiend, sonst würde es zerstreut werden." (9.) Die Zahl ist gewissermaßen das Eine in Bewegung. Diese Bewegung wurde schließlich nicht vom Denken hervorgebracht (wie nach neuzeitlichem Selbstüberschätzung), sondern umgekehrt. (6.) So ist "die Zahl, die vor der Anzahl ist", insgesamt "eine Rüstung auf die seienden Dinge und eine Vorausdarstellung im Umriss" (10.)

Wie größere Zahlen von kleineren aus und letztlich vom Einen hervorgebracht werden, so ist die ganze Vielfalt der Natur "gleichsam ein continuirliches Eins". (11.) Darin liegt eine kaum aufzulösende Paradoxie. ¹⁶ Die Zahl ist für Plotin im Verhältnis zum Einen "zugleich Entgegengesetztes und nicht Entgegengesetztes". (3.) Im Grunde gibt es nur "eine Natur", "das allvollendete Wesen" (6.), das "bei stetem Flusse bleibend sich gestaltet" (1.). "Nicht das Eine wurde zwei", vielmehr "bleibt Eins wie es war" (14.); es ist die "gesamte Zahl" (15.) Entsprechend ist die Zwei (und alle Zahlen) im Grunde "weder ein Zusammengehen noch eine Spaltung" (14.), eher eine innere Differenzierung des Einen.

Das Ergebnis dieser Differenzierung ist das All. Dessen Haupteigenschaften sind nach Plotin Größe und Schönheit. Das All ist "groß und schön", "weil es nicht in die Unendlichkeit zerstieben darf, sondern vom Einen umschlossen ist."

¹⁵ Im Folgenden zitiert nach: Plotin, *Die Enneaden*, Sechstes Buch; Bd: 2, Berlin 1880, S. 343-365. Die in Klammern angegeben Zahlen beziehen sich auf die durchnummerierten Abschnitte des Textes.

¹⁶ Nicolaus Cusanus wird später die "Einsicht in die Paradoxien" als *intellektuale* Erkenntnisstufe bezeichnen, die über die *sinnliche* und auch über die (in der Neuzeit überaus hochgeschätzte) *rationale* Erkenntnis hinausgeht und nur unter der *mystischen* steht.

(1.)¹⁷ Dabei versteht Plotin "das Große" als "die Materie des Schönen". (1.) Die Entfaltung des Alls ist also nicht der Grund des Schönen, sondern seine Anwendung. Das Schöne selbst geht als Form, anders gesagt: als Zahl, aus dem Urmaß des Einen hervor und wirkt sich in der Entfaltung zum Großen aus. Ja, "die Dinge sind allesamt Maße, daher auch allesamt schön". (18.)

Dies gilt auch für den Menschen, insofern "unser Wesen, das, wie Plato sagt, an Zahl und Harmonie theil hat, auch Zahl und Harmonie genannt wird." (16.) Für Plotin besteht von daher "das durchgehende Wesen" des Einen; und daraus folgt konsequenterweise: "Nichts ist sterblich, nichts stirbt". (18.)

* * *

Wie es scheint, verweist vieles im Platonismus auf Spinoza und seine "eine Substanz" voraus. Danach muss man das Zweite und schließlich das Viele aus dem Einen heraus erklären. Wie aber kann das gehen, wenn das Eine (oder das eine Sein) das Einzige ist? Nicht indem man ihm ein Zweites hinzuerfindet (wie dem Schöpfer die von ihm gemachte Schöpfung oder umgekehrt), sondern indem das Eine sich selbst sowohl als Sein wie als Nicht-sein betrachtet oder manifestiert. ¹⁸ Wie ich schon sagte, ist das absolute volle Sein, das unbedingt Unendliche, nicht vom Nichts zu unterscheiden, da es keinerlei innere Differenzierung oder Struktur aufweisen kann. Das Ganze ist so gesehen ambivalent. Hamlets berühmter Ausspruch "Sein oder Nicht-Sein, das ist hier die Frage." mag für ihn als ausschließende Alternative von *existentieller* Bedeutung sein, *ontologisch* kann er aber nicht allgemeine Gültigkeit beanspruchen; vielmehr umfasst das Ganze *beide* Optionen, und zwar immerzu: das Eine oder Ganze als Sein *und* Nicht-Sein, das ist hier die Antwort. Denn die eine Substanz kann prinzipiell weder etwas substantiell verlieren, noch kann sie substantiell wachsen, ist sie doch per se

 $^{^{17}}$ Der Gedanke weist auf Spinoza voraus, der die natura naturata in der einen Substanz der natura naturans sieht.

Das Problem Einheit-Vielheit ist übrigens auch in der mittelalterlichen Scholastik debattiert worden, nicht zuletzt mit der Frage des Verhältnisses von Schöpfer und Schöpfung. Im fünften Kapitel von *De ente et essentia* kehrt Thomas von Aquin sich gegen die 1215 als pantheistisch verdammte Auffassung des Amalrich von Bène, nach der der eine Gott die essentia und das esse aller geschaffenen Dinge ist. Das gemeinsame Sein ("esse commune") schließe zwar keine Hinzufügung ein ("non includit aliquam additionem"), dennoch schließe es gleichwohl in seinem Begriff auch keinen Ausschluss einer Hinzufügung ein ("ita non includit in intellectu suo precisionem additionis") – eine in meinen Augen höchst windige, um nicht zu sagen willkürliche Zurechtlegung.

ganz. Auf physikalischer Ebene haben wir das mit dem Erhaltungssatz der Energie im 20. Jahrhundert eingesehen; aufs Ganze hin betrachtet scheint es uns schwerer zu fallen.

Vom Einen zur Zahl

Wenn wir annehmen, dass die Wirklichkeit des Seienden nicht auf dem Einen als Statischem, vielmehr auf dem Einen als oszillierende "Bewegung" zwischen Sein und Nicht-Sein beruht, also von Grund auf eine dynamische, eine relationale, bezugnehmende ist, so stellt sich immer noch die Frage, wie das zugeht, wie es vom Einen zum Vielen kommen kann, im formalen Kern: von der 1 zur 2.

Wir reden hier übrigens immer noch von rein Formalem, bleiben daher in der Sphäre des Mathematischen. Die Frage, wie es von der Form zur physikalischen Konkretion oder gar zum geistigen Inhalt, Gehalt oder Bedeutung kommt, ist eine viel spätere. Ich versuche hier eben nicht das "Konkrete" (wörtlich das Verdichtete, Zusammengewachsene) und eventuell am Ende auch noch das menschlich Geistige mathematisch zu *beschreiben*, wie die Naturwissenschaften es tun – damit wäre ich auch völlig überfordert –, sondern ich suche nur danach, es mathematisch zu *begründen*, und zwar aus den einfachen natürlichen Zahlen. Dazu müssen zunächst die Zahlen aus dem Einen hergeleitet werden. Dies ist nicht so einfach getan wie die Vervielfältigung der 1 in der einfachen Reihe der natürlichen Zahlen, wenn man berücksichtigt, dass das Eine zunächst das Ganze ist und damit eigentlich nicht vervielfältigt werden kann.

Durch die Wirklichkeit des Seins und seinen "Aspekt" Nicht-Sein ist die Idee der Zweiheit und, in weiterer emergenter Komplexität, schließlich die des Vielen gegeben. Aber wer oder was entfaltet das Eine zur Zweiheit und zum Vielen? – Wir, indem wir es ambivalent betrachten? Dann gäbe es keine Wirklichkeit, bevor es den Menschen gab, was absurd ist (obwohl es tatsächlich Menschen geben soll, die das glauben). Das Eine muss sich selbst entfalten.

Die weitere Möglichkeit, dass das Eine von einem Gott zum Vielen, zur Schöpfung, entfaltet werde, ist nicht schlüssig, da sie das Problem nur weiter verschiebt. Das Eine ist bei Platon und den Platonikern schon fundamentaler gedacht als die Idee Gottes (während diese Idee bei Spinoza im Einen aufgeht).

Ein Gott, der nicht dasselbe ist wie das Eine, ist ein Deus ex machina und nicht als Grund des Ganzen verständlich zu machen.

Wenn das Eine sich aus sich selbst entfalten soll, muss es offenbar von Grund auf dynamisch bewegt gedacht werden. Das scheint freilich seiner absoluten Einheit zu widersprechen. Könnte das an unseren unzulänglichen Vorstellungen liegen, die die Ruhe für einfacher halten als die Bewegung? Plotin (9, 22) sieht nicht nur in der Bewegung, sondern auch in der "Ständigkeit" Qualitäten, die dem absoluten Einen beide nicht gerecht werden, wohl weil Ständigkeit oder Dauer wie Bewegung zeitlich bedingte Begriffe sind und das Eine "vor" aller Zeit ist. Es ist auch "vor" dem "Da-Sein", ein Sein ohne Dasein. Letzteres ist nach Hegel aus Sein und Nichts zusammengesetzt (nach meinem Verständnis aus Sein und Nicht-Sein). Das Eine ist aber gar nicht zusammengesetzt, vielmehr sind in ihm Sein und Nicht-Sein "zugleich" und "umfassend" "da" – wie eine nichtpolare immanente "Schwingung" ohne Zeit und Ort. Die (zunächst innere) "Bewegung" scheint das essentielle Potential des Einen zu sein.

Wie ich schon sagte, widerspricht die Vorstellung einer Vermehrung des Einen seinem Begriff als Ganzem. Aber ist das Eine vielleicht teilbar? Diese Vorstellung könnte treffender sein, weil es dazu keines Weiteren bedarf, nur einer Aktion im Einen. Allerdings: Wenn die eine Substanz sich teilt und auf diesen Teil beschränkt, wo bleibt dann der andere Teil? Es kann ja nicht zwei Substanzen geben. Also kann es auch keine reale Beschränkung im Einen geben. Keine reale, aber vielleicht so etwas wie eine virtuelle, will sagen: Das Eine tut nur so, als teilte es sich und beschränke sich auf einen Teil; in Wirklichkeit "spielt" es nur mit seinen möglichen Teilungen bzw. scheinbaren Minderungen, denn der "Rest" der Teile wird niemals ausgeschieden, sondern bleibt bei jeder Teilung immerzu komplementär im Ganzen erhalten (wie eine in Stücke aufgeteilte Torte, von der man aber kein Stück wegnimmt, die also trotz der Teilung ganz bleibt).

Man könnte auch sagen: Das Eine faltet sich ein und erscheint in dieser "Einfalt" vermindert, bleibt aber tatsächlich als Ganzes erhalten. Der Begriff der "Einfaltung" des Einen mag hier verwundern, ist doch in der philosophischen platonischen Tradition sonst immer von Explikationen (Ausfaltungen) oder Emanationen (Ausflüssen) des Einen die Rede. Für unsere sinnliche Anschauung liegt das näher; denn das Eine scheint uns klein zu sein und das Universum riesig. Aus spinozanischer und in gewisser Weise auch aus platonischer Sicht ist

es aber eher umgekehrt: Das Eine ist in sich das Unendliche, Unbegrenzte, die Welt aber das Begrenzte, weil sie nur ein spezieller Aspekt oder ein spezielles Aggregat spezieller Aspekte des Einen ist. (Allerdings bewerten die Platoniker und Spinoza es unterschiedlich: Für Platon und wohl das antike Denken insgesamt ist das Bestimmte, Begrenzte das eigentlich Werthafte, während für Spinoza die konkrete natura naturata eine "Affektion", eine Verletzung der unendlichen natura naturans ist.) Erst recht gilt das natürlich für alles Einzelne in ihr. Gleichwohl ist diese Minderung oder "Affektion" der einen Substanz für Spinoza letztlich nur eine scheinbare. Denn das Substantielle ist ewig und ganz, d.h. in seiner Substanz nicht nur unvermehrbar, sondern auch unverminderbar.

Der neuplatonische Begriff der "Emanation" ist aus "e"/"ex" (aus, heraus) und "manare" (fließen) zusammengesetzt. Wenn man ihn im Sinne Spinozas verändern wollte, könnte man statt "manare" "manere" (bleiben) gebrauchen bzw. von "Emansion" sprechen. Dann hätte der Begriff die paradoxe Bedeutung von "Herausbleiben", was Spinozas Verständnis des Verhältnisses von Substanz und Wirklichkeit (bzw. von natura naturans und natura naturata) in einem Wort zusammenfassen würde. Dies wäre zugleich eine treffende Beschreibung des Verhältnisses des Einen zum Vielen: Das Viele (oder die Zahl) geht aus dem Einen hervor, ohne es zu verlassen; es bleibt in ihm und ist letztlich nur eine innere Differenzierung, eine "Einteilung" und Einfaltung ("Implikation").

Nun ist aber die Frage: Woher nimmt das Eine das Maß seiner Einfaltung? Jedenfalls kann die Einfaltung oder scheinbar begrenzende Selbstteilung nicht zufällig sein. Denn woher sollte sie zufallen, wenn das Eine das schlechthin Notwendige ist? Das Maß der Einfaltung kann nur aus der einen Substanz selbst kommen. Da die Substanz als solche primär ungegliedert ist, kann sie sich nur in ihrer Ganzheit als Eine begreifen. Diese "Reflexion" des Ganzen als Eines, macht es möglich, es als solches zu "wiederholen", wohlgemerkt nicht real – denn mehr als ganz geht nicht –, sondern abermals virtuell oder, anders gesagt, "geistig". (Tatsächlich liegt – mit Spinoza – das Eine jenseits der Kategorien von Materiellem und Geistigen.) Das Eine bildet von sich die "Einbildung" der Wiederholung oder abermaligen Setzung und damit der Zwei und wendet sie auf sich selbst an. Da es sich als das Ganze nicht vermehren kann, wendet es die Zwei nach innen und halbiert sich virtuell, ohne damit real seine Einheit aufzugeben. Auf diese Weise tritt die Zahl in die Wirklichkeit, sozusagen als Erstge-

burt des Einen (das selber ohne die Zwei gar keine Zahl ist, weil es als solches nicht gezählt werden kann).

Wie man sich die weitere Genese der Zahlen vorstellen kann, bespreche ich weiter unten. Hier ist zunächst aber noch etwas zu sagen zum notwendigen "Reflektieren" oder auch "Einbilden". Nicht von Ungefähr habe ich die Begriffe in Anführungszeichen gesetzt; sie sind nämlich nicht anthropomorph im Sinne des menschlichen "Denkens" oder "Vorstellens" zu verstehen, sondern viel urtümlicher. Vielleicht eher im physikalischen Sinn der Licht- oder Schallreflexion? Auch das ist noch nicht fundamental genug. – Descartes hat die für uns maßgebliche Wirklichkeit dual in res cogitans und res extensa kategorisiert, in "Denken" und "Ausdehnung" oder Geist und Materie. Spinoza hat sie als Attribute der einen Substanz in Gott vereinigt und dadurch gewissermaßen neutralisiert (aber wohl nicht hinreichend erläutert). Darum wird sein Verständnis des Monismus mit Recht als "neutraler Monismus" bezeichnet; d.h. er ist weder ein monistischer Materialismus (wie bei den meisten Naturwissenschaftlern oder auch im Sozialismus) noch ein monistischer Spiritualismus (wie letztlich in der Geistphilosophie Hegels und anderer Idealisten). Anders gesagt: Geist und Materie sind keine "Epiphänomene" des jeweils anderen, sie haben auch nicht nur denselben Ursprung, sie sind im Grunde (in der einen Substanz "Gottes") sogar eins. Das Reflektieren im Einen schafft nicht die Welt, es ist sie! Darum ist es auch nicht vorgängig. Im Einen ist Da-Sein und Reflektieren von Sein und Nicht-Sein eins. Und das Eine ist eben kein isoliertes Einzelnes, sondern als Ganzes immer schon Alles und in der Einschränkung von Allem Vieles, nämlich qua Reflexion.

Aus diesem fundamentalen Reflektieren des Einen auf sich selbst geht nicht nur die Welt der Zahlen hervor, sondern schlechthin alles, was existiert. Es ist das Prinzip der Emergenz in der Evolution der Wirklichkeit, mithin unsagbar viel mehr als das menschliche Denken, das das Reflektieren (als Selbstbewusstsein) so gern für sich in Anspruch genommen hat. Tatsächlich gibt es unzählige Weisen und Potenzierungen des Reflektierens, die aber alle im Sich-Spiegeln des Einen als unendliches Sein und leeres Nicht-Sein gründen.

(Während Descartes den klassischen Dualismus von Physis und Psyche begründete, unterschied der Wissenschaftstheoretiker Karl Popper in der Wirklichkeit "drei Welten", nämlich 1. die physische Welt, 2. psychische Welt und 3. die Welt der Produkte des Psychischen. Für den Physiker Roger Penrose gibt es hin-

gegen "vor" der physischen und der psychischen Welt noch die "platonische" Welt der mathematischen Ideen, die den anderen beiden Welten zugrundeliegt. Dieser Ansatz kommt nicht nur meinem bescheidenen Versuch am nächsten, sondern auch dem des Quantenphysikers Thomas Görnitz, auf den ich unten noch zu sprechen komme.)

Sicherlich ist das menschliche Selbstbewusstsein ein besonders hoch potenziertes Reflektieren. Noch potenzierter dürfte das sein, was Rainer Maria Rilke mit den Worten umschreibt, "daß sich eins im anderen erkennt", nämlich im "Weltinnenraum" als Einheitsraum.¹⁹ Verwandt, wenn auch in einem ganz anderen Kontext stehend und personal fokussiert, erscheint diese Reflexion mit der Botschaft Jesu von Nazareth, wenn man sie so interpretiert, dass Gott im Nächsten erkannt werden soll. (Hier könnte und müsste eine gründliche Erneuerung des Christentums – als Jesuanismus – ansetzen, wenn sie denn gewollt wird.) Schließlich könnte man auch Spinozas "amor Dei intellectualis", der alle Dinge "in Gott", d.h. im Einen, erkennt – ungeachtet des wiederum ganz anderen Sprach- und Denkstils –, in den Kreis dieser hochpotenzierten Reflexionen einbeziehen. Anzuschließen sind hier etliche Spinozisten seit dem Ende des 18. Jahrhunderts, etwa Johann Gottfried Herder, Thomas Thorild oder Johann Wolfgang von Goethe sowie viele (Jenaer) Romantiker, wie Novalis, Friedrich Schlegel, Friedrich Schleiermacher oder Friedrich Wilhelm Joseph Schelling. (Dies sind nur einige Beispiele für potenziertes Reflektieren im ganzheitlichen Sinn; es gäbe sicher etliche mehr, auch "fernliegende", etwa den Taoismus eines Lao tse.)

Aber stürmen wir nicht zu schnell voran! Richten wir den Blick noch einmal auf das fundamentale Reflektieren im Einen, weit vor aller Gegenständlichkeit und allem bewussten Denken. In *Resonante Wirklichkeit* habe ich ein Schwingungsmodell der Wirklichkeit und darin eine "Urschwingung" vorgeschlagen, in Analogie zum Grundton der Naturtonreihe. Danach sind alle makroskopischen Gegenstände oder Lebewesen komplizierte Schwingungskomplexe mit internen Schwingungshierarchien, die ihrerseits letztlich abgeleitet sind von der Grundschwingung. Während die meisten Schwingungen sicherlich stark volatil sind und sich womöglich nicht bis zum Konkreten "aufschwingen" und verdichten, verbinden sich andere zu relativ stabilen Komplexen, wie Atomen, Molekülen, Zellen, Lebewesen, Ichen.

¹⁹ Siehe sein Gedicht Es winkt zu Fühlung...

Diese Argumentation war wesentlich physikalisch orientiert. Allerdings zitierte ich dort schon Hans-Peter Dürrs Einschränkung: "Die Schwingung ist eine Metapher [!] für eine andere Logik. Sie sagt, es gibt im Grunde nicht das Entweder/Oder, sondern ein Sowohl-als-auch. Und die Schwingung symbolisiert das Sowohl-als-auch." Man muss sich die "Urschwingung" also abstrakter vorstellen als mechanische Schwingungen, ja sogar als elektro-magnetische Schwingungen. Darum verfolge ich hier das noch fundamentalere Modell einer Sowohl-als-auch-"Schwingung" vor Raum und Zeit, nämlich im unanschaulichen Einen von Sein und Nicht-Sein, und versuche, daraus zunächst die immer noch unanschauliche, aber schon differenzierte Welt der Zahlen zu entfalten. (Diese "Entfaltung" ist, wie wir gesehen haben, wesentlich eine "Einfaltung".)

Wie aber gelangt man vom Einen, von den Zahlen, von der geistigen Welt zur materiellen? An dieser Frage haben sich nicht nur Generationen von Platonikern die Zähne ausgebissen, auch Leibniz mit seinen punktuellen, d.h. unausgedehnten Monaden. Nur für Spinoza stellt sich diese Frage so nicht, da in seinem Weltbild, wie ich schon sagte, Geist und Materie in der einen Substanz ("Gott") eins sind. Diese muss man sich in Spinozas natura naturans notwendig dynamisch, nämlich "reflektierend" denken (auch wenn Hegel und andere daran nachdrücklich vorbeigesehen und den "Mangel an Dynamik" kritisiert haben). Allerdings schreibt Spinoza wenig darüber, wie man sich das Zustandekommen der natura naturata, der konkreten Natur, aus der natura naturans vorstellen soll.

Aber gehören die Zahlen eigentlich zur natura naturans oder zur natura naturata? Aus meiner Sicht gehören sie beiden Sphären an, was zugleich bedeutet, dass es eine strikte Trennung nicht geben kann und Spinozas Unterscheidung nicht absolut zu verstehen ist, zumal er betont, dass die natura naturata *in* der natura naturans enthalten ist. Beide sind Aspekte der einen Natur; und für die gilt: natura sive deus. – Die Zahlen evolvieren aus dem Einen, verbleiben aber an sich im Abstrakten. Dies sollte überhaupt als eine Möglichkeit der Evolution in Betracht gezogen werden! Als bestimmte, festgelegte Größen gehören die Zahlen der natura naturata an, als *Potentiale* für unzählbare konkrete Anwendungen haben sie ihrerseits etwas von der Dimension der natura naturans.

Die Zahlen sind das Muster einer geistigen Welt, die, immer auf der Grundlage des Einen, sowohl in sich bestehen kann als auch diverse Anwendungen in Bezug auf ("spätere") Konkretionen eingehen kann. Dadurch werden weitere

Siehe dazu, auch zu Leibniz Konzept des "Lichtäthers", P.T, *Spinoza und sein Gott*, S. 85f..

"Welten" oder Evolutionsstufen des Einen entwickelt. "Evolution" wird meist nur physikalisch-chemisch-biologisch (oder sogar nur biologisch) verstanden. Es bleibt aber festzuhalten, dass die Welt der Zahlen eine rein formale Evolution ist, die neben der konkreten Evolution Bestand hat, vielfach auf diese einwirkt, aber auch in sich als "reine Mathematik" weiter entfaltet werden kann. Diese "höhere Mathematik" bedarf zu ihrer reflektierten Entfaltung allerdings der Mitarbeit von etwas anderem, nämlich des menschlichen Geistes (eventuell auch anderer Wesen, die dazu in der Lage sind). Und dieser Geist ist seinerseits eine Kollaboration von Formalem und Physisch-Chemisch-Biologischem (qua Gehirn).

Zur Vermeidung der unseligen cartesianischen Spaltung von Geist und Materie, muss man sich immer bewusst halten, dass beide im Einen wurzeln und nur unterschiedliche Evolutionsstufen und -arten benennen. Wie es von diesem Abstrakten überhaupt auch zum Konkreten kommen kann – neben dem abstrakten Hervorgehen des Vielen (der Zahlen) aus dem Einen ist dies der zweite große "Knackpunkt" aller platonischen Weltbilder –, darauf komme ich am Schluss ausführlicher zu sprechen. Wir befassen uns hier zunächst weiter mit derjenigen Evolution, die als Zahlenwelt im Abstrakten bleibt. Über den möglichen Einheitspunkt der physischen Welt und der Zahlenwelt jetzt nur so viel: Die Physiker gehen vom Bestehenden aus und versuchen (wie Aristoteles) es induktiv bis in seinen Ursprung zu verfolgen. Dabei gelangen sie heute bis zum Quantenvakuum, einem scheinbaren Nichts, in dem es gleichwohl "brodelt" und "fluktuiert". Daraus formieren sich Energie und Masse, schließlich alles, selbst psychische Gestalten die nach verbreiteter naturwissenschaftlicher Meinung nur "Epiphänomene" der Materie sind. Der berühmte Physiker Lawrence M. Krauss, den sein Freund Richard Dawkins den "Darwin der Kosmologie" nennt, glaubt, dem Ursprung noch einen Schritt näher zu kommen, wenn er vom "Universum aus Nichts" spricht, einem Nichts, das in sich "instabil" sei und dadurch die Wirklichkeit hervorbringe.²¹ Wie er selbst schreibt, haben etliche Diskussionspartner, insbesondere Philosophen, ihn davon überzeugen wollen, dass es sich hier um kein "absolutes Nichts" handeln könne, sondern um ein relatives bzw. um ein relationales "Nicht-Sein" – vergebens. Warum konnte Krauss nicht überzeugt werden? Weil er von Grund auf physikalisch denkt, und physikalisch betrachtet ist

²¹ Ein Universum aus Nichts ... und warum da trotzdem etwas ist. München 2018, original A Universe from Nothing, New York 2012; vgl. meine Auseinandersetzung damit in Resonante Wirklichkeit, S. 18f..

"Nicht-Sein" nur ein anderer Ausdruck für "Nichts". Der Unterschied will ihm nicht eingehen.

Ich gehe in meiner Darstellung hier anders herum vor, nämlich (wie Platon) deduktiv. Da ist das Nichts nicht der Endpunkt der Untersuchung, vielmehr der Ausgangspunkt, was logisch die einfachste aller Annahmen ist. Und ich finde Platons Argumentation (in seinem Dialog *Parmenides*), dass es nur ein auf das Sein bezogenes Nicht-Sein geben könne und kein absolutes Nichts, nach wie vor schlüssig. Aus Letzterem hätte, wie schon gesagt, in Ewigkeit nie etwas entstehen können, weder logisch noch physikalisch. Ein absolutes Nichts könnte auch nicht instabil sein. Dazu müsste es verschiedene Zustände annehmen können. Es hat aber nicht einmal *einen* Zustand, überhaupt keinen Stand, da es nicht existiert, nicht existieren kann. Offenbar ist dies nicht das Nichts, von dem Krauss spricht, auch wenn er sein Nichts "absolut" nennt.

Die nächsteinfachste Annahme nach dem nicht existierenden Nichts ist die des Einen. Dies kann zwar existieren, sich aber in keiner Weise verändern, entwickeln, "wenn es im Sein beharren will". Die letzten Verse von Goethes Gedicht *Eins und alles* lauten:

"Das Ewige regt sich fort in allen: Denn alles muß in Nichts zerfallen, Wenn es im Sein beharren will."

Dies gilt womöglich nicht nur für alles Seiende, sondern sogar für das Sein des Einen selbst. Jedenfalls wäre das "untätige" Sein des Einen für uns nicht vom Nichts zu unterscheiden. Erst indem das Sein sich in der Möglichkeit seines Gegenbildes, im Nicht-Sein, "spiegelt", kann überhaupt irgendetwas in Bewegung kommen und Gestalt werden, sei es gedanklich oder physikalisch.

Von hier aus können wir uns wieder Krauss' sogenannter Instabilität des Nichts nähern. Womöglich ist es nicht das Nichts, das instabil ist, sondern das Sein des Einen. In ihm ist das Unendliche nicht vom Nichts zu unterscheiden – und ist doch das Ganze! Aus der "Schwingung" von Sein und Nicht-Sein geht die Wirklichkeit als Teilung hervor – wie die Obertöne über der Grundschwingung einer Saite oder Luftsäule –, und zwar zunächst immateriell als reine Form, die physikalisch immer noch als "Nichts" erscheint. Die einfachsten Formierungen des Einen aber sind die natürlichen Zahlen. Was da im scheinbaren Nichts des

Quantenvakuums "brodelt", könnte am Ende nichts anderes sein als diese Zahlen, die ersten Emanationen des Einen als Möglichkeitsformen zum Vielen.

Verhältnisschwingungen und Zahlengenese

Die Zahlenwelt könnte also Voraussetzung der physisch-psychischen Welt sein. Sie scheint aber zugleich auch eine rein formal bleibende Parallelwelt zu dieser zu bilden, die in sich womöglich nicht weniger differenziert ist als die physisch-psychische, ja (nach Novalis) "noch unendlicher Perfektion fähig ist". Dabei ist eine Interaktion beider Welten zu erwarten, da sie denselben Ursprung haben, nämlich die "Schwingung" von Sein und Nicht-Sein im Einen. (Unter dem Blickwinkel dieser Interaktion halte ich Leibniz' Idee von der "Fensterlosigkeit" der Monaden, neben Descartes' fundamentalem Dualismus, für eine der unglücklichsten der ganzen Philosophie. Aus meiner Sicht wimmelt es nur so von "Fenstern", d.h. von bezugnehmenden Verbindungen, ohne die es keinerlei Evolution gäbe – außer wenn ein allwissender Gott als deus ex machina alles prästabilierte, eigentlich ein Widerspruch in sich selbst. Es mag freilich sein, dass die vielen Fenster das ganze Monadenkonzept in Frage stellen.)

Dass die Schwingung in der physikalischen Welt eine fundamentale Rolle spielt, ist seit dem 19. Jahrhundert immer offenkundiger geworden. Dies scheint aber auch für die rein formale Welt der Zahlen und ihre Genese zu gelten. Das Wort "Genese" (und viele andere Zeitworte, die ich notgedrungen verwenden muss) kann hier freilich nicht mehr zeitlich verstanden werden, sondern nur logisch, insofern Zahlen unabhängig von Raum und Zeit existieren. Gleichwohl gehen sie nach meinem Verständnis aus dem Einen hervor, und zwar aus dessen "Schwingung" von Sein und Nicht-Sein. Durch sie gibt es eine fundamentale Alternative im Einen, gewissermaßen der Keim der Idee der Zwei. Diese ist aber "zunächst" noch in der Allheit des Einen "gefangen", kann aus ihr nicht ohne Weiteres hervortreten. Denn wenn das Eine zugleich das Allganze, das Unendliche ist, ist es, wie schon gesagt, als solches gar nicht zu vervielfältigen. Zur Vervielfältigung müsste das All-Eine zunächst zur zählbaren Einheit formiert werden. Wie kann dies geschehen? Nicht durch Expansion, Wiederholung, Verdopplung - mehr als Alles geht nicht -, vielleicht aber durch introvertierten Selbstbezug, anders gesagt: durch (virtuelle) Teilung, Halbierung. Mit dieser virtuellen Halbierung (1 = $\frac{1}{2}$ + $\frac{1}{2}$) ist "zurückblickend" oder reziprok sowohl

das Verständnis des Einen als Einheit (1) generiert als auch die Idee der extravertierten *Verdopplung*, nämlich die Idee der 2 als *Verdopplung* der 1. So erst wird das Eine zur *bestimmten* Einheit 1, zur Zahl, und so erst tritt die Vielheit und mit ihr Verhältnis und Möglichkeit der Verneinung (Nicht-Sein) in die Wirklichkeit.

Ist man einmal so weit, ergeben sich weitere Verhältnisse: Der Abstand von ½ bis 2 ist ³/2. Damit ist auch die Idee der extravertierten 3 gegeben, die, wiederum introvertiert auf die 1 angewandt, ¹/3 und ²/3 hervorbringt.²² Ebenso entsteht aus der Halbierung der Halbierung ¼ bzw. die 4, auch ¾; aus dem Abstand von ½ bis 3 die ⁵/2, mithin die Idee der 5 und so fort. Die Genese der Zahlen ist also aus einem Wechsel, aus einer Schwingung von intro- und extravertierten Selbstbezugnahmen des Einen zu verstehen.

Die Genese der natürlichen Zahlen aus dem Einen interpretiere ich als primäre, primordiale Evolution oder Emergenz. Eine simple Vervielfältigung der 1 (im Sinne des aristotelischen Zahlverständnisses) bedenkt nicht das *Zustandekommen* von Zahlen aufgrund der Zählbarkeit des zur 1 formierten Einen, sondern setzt diese einfach voraus. Da fehlt die ontologische Begründung aus dem Einen.

Die primäre Ordnung der Zahlen ist reine Form. Was heißt das? Und ist solche reine Form überhaupt "real"? Nach Thomas von Aquin sehr wohl; in *De ente et essentia* (Cap. IV) heißt es: "Es ist unmöglich, dass die Materie ohne eine Form ist, jedoch ist es nicht unmöglich, dass eine Form ohne Materie ist." Thomas denkt hier primär an "Geister" wie Engel. Wenigstens genauso naheliegend ist es, hier an die reine Form der Mathematik zu denken. – Und in der Natur? In seinem vielbeachteten Buch *Die Einheit der Natur* spricht Carl Friedrich von Weizsäcker im Kapitel "Form als Substanz", außer von den drei "Maßgrößen" Masse, Energie und Information, auch von den drei "Wesenheiten" Materie, Bewegung und Form.²³ Die jeweils Letztgenannten sind die Essenz der jeweils Vorweggenannten, so dass Materie und Bewegung substantiell Form sind und

Im Blick auf die physikalische Welt scheint mir bemerkenswert, dass diese allereinfachsten Verhältnisse "schon" die Drehimpulse (spins) der subatomaren Elementarteilchen regieren. So zeigen die sogenannten Quarks eine Besonderheit, die den natürlichen bzw. rationalen Zahlen entspricht: Ihre elektrische Ladung ist $+^2/_3$ oder $-^1/_3$; bei Antiquarks ist es umgekehrt. Ihr Spin ist $\frac{1}{2}$ Planck-Konstante.

²³ A.a.O. S. 360ff..

Masse und Energie substantiell Information. Das scheint auf eine Tautologie hinauszulaufen. Die Form bringt alles "in Form", anders gesagt: zur "Information". Mit Weizsäckers Worten:

"Erste Materie ist, streng gesprochen, nicht etwas, woran eine Form werden kann; das wäre sie nur, wenn sie selbst noch eine von der 'an ihr' zu findenden Form verschiedene Form wäre. Sie *ist* vielmehr die Möglichkeit, daß Form gefunden wird. Was gefunden werden kann, ist eo ipso Form."

Weizsäcker will auf die physikalische Welt hinaus. Was er hier sagt, gilt aber schon und erst recht für die abstrakte Zahlenwelt. Hier wie dort "'bestehen" alle Formen "aus Kombinationen von 'letzten' einfachen Alternativen". Von daher ist auch die Bewegung in der Form begründet: "Bewegung ist Form"; diese hat "Flußcharakter". Und "das Urobjekt ist die einfachste Form. Es ist zugleich das Quant der Bewegung" – wie die 1 die Einheit der aus ihr fließenden Zahlen ist. So wird Form "nur durch die von ihr erzeugte Form verstanden. Das Verstehen ist insofern ein Teil des großen Prozesses der Selbstbewegung."

Diesen großen Prozess der Selbstbewegung der Form versuche ich am Herausgehen der Zahlen aus dem Einen ein wenig verständlicher zu machen. Gehen wir nun der Frage nach, was diese Zahlen dabei an "Formung" erfahren.

Die Zahlen als Formgestalten

Die Selbstbewegung der Form bleibt Form. Und doch wird dabei Schritt für Schritt ein unabsehbarer Reichtum der Möglichkeiten emergiert. Dieser formale Reichtum ist es, aus dem "später" der ganze Kosmos seine "Informationen" zieht und Wirklichkeit aufbaut. So ist die Zahlenwelt ein Fundus von "Proto-Informationen".

Wenn aus dem unendlich Einen durch die Bewegung der Selbstreflexion das bestimmt Eine, die 1, hervorgeht und aus ihr die 2, was für eine (Proto-)Information liegt darin? Anders gefragt: Inwiefern ist die Form der Zahlen bereits Information? Wovon ist da überhaupt "die Rede"?

1

Das Eine "redet" (oder "schweigt") vom Unendlichen, von allem und nichts. Es ist ein unergründliches, unfassbares Geheimnis. Spinoza nennt es Substanz, natura naturans oder Gott, in dem schlechthin alles enthalten ist. Form, Fasslichkeit gewinnt es erst, indem seine Möglichkeiten von Sein und Nicht-Sein in ein Verhältnis treten. Erst so kann das Eine als bestimmte Einheit, als 1 aufgefasst werden. Und erst so wird die Wirklichkeit eine nach Möglichkeit zählbare, strukturierte. Es ist das Eine, das "die Welt im Innersten zusammenhält"; und es ist die Formung des Einen als Einheit, die *uns* die Welt überhaupt erkennbar macht. Damit ist das Prinzip, die Voraussetzung der Idee des Kosmos, der "schönen Ordnung", abstrakt vorgeformt, "protoinformiert". Ohne diese Einheit könnte nichts Bestand haben, überhaupt entstehen, weder Konkretes noch Abstraktes. Es bliebe alles in Ewigkeit "unentfaltet" im Einen.

Nun hängt alles Glück der Welt, nicht nur das menschliche, daran, "Einheitlichkeit" zu erleben, das heißt: Verwurzelung des Vielen und Disparaten im Einen. (Augustinus hat das am Anfang seiner *Bekenntnisse* theologisch in die berühmten Worte gefasst: "Unruhig ist unser Herz bis es ruht in Dir.") Wo hingegen keinerlei Einheit mehr erkannt wird oder von uns empfunden werden kann, herrscht grausiges Unglück. Da scheint die Welt zu zerfallen.

Die Einheit ist in allem und hält alles zusammen. So gesehen kann sie keine besondere Charakteristik haben. Sie ist präsenter als Luft (wie die 1 in den natürlichen Zahlen) und gleichzeitig im Grunde für uns noch unsichtbarer als diese. Nur in ihren Auswirkungen erkennen wir sie, wie im Te das Tao.

Früher war oft die Rede vom "Schönen, Wahren und Guten", die alle auf dem Prinzip der Einheit bzw. der "Übereinstimmung" beruhen, d. h. dass ein Vielfältiges sich in der Einheit erkennt (wie Spinozas "amor Dei intellectualis"), mit ihr "resoniert". Diese Trias ist im Laufe der Neuzeit mehr und mehr in Verruf gekommen. (Das passiert, wenn etwas zum routinierten Gerede wird, wenn seine Wahrheit nicht weiter wachsend ausgelotet wird. Dann schüttet man im Überdruss das Kind mit dem Bade aus – und kann nur hoffen, dass es dabei nicht zu Tode gekommen ist.) – Aus meiner Sicht bleibt das Prinzip der Einheit unverzichtbar, für die Welt, für uns, für alles. Sowohl die Ästhetik als auch die Episte-

mologie als auch die Ethik beruhen auf dem Prinzip der Übereinstimmung mit der Einheit, die so als werthaft, als "stimmig" erlebt wird. Ohne sie gäbe es nichts Schönes, keine Erkenntnis und nichts sittlich Gutes. Ja, sogar das Hässliche, die Lüge und das Böse beruhen als Negationen auf ihr.

Beispielhaft sei hier nur die seinerzeit Aufsehen erregende, 1853 in Königsberg erschienene Ästhetik des Häßlichen von Karl Rosenkranz genannt. Weit davon entfernt, ein Avantgardist des Hässlichen zu sein, stellt der Hegelianer Rosenkranz in dieser Schrift durchaus traditionsgemäß fest, dass das Hässliche nur ein "sekundäres Dasein" habe; "denn das Häßliche ist nur, sofern das Schöne ist, das seine positive Voraussetzung ausmacht. Wäre das Schöne nicht, so wäre das Häßliche gar nicht, denn es existiert nur als die Negation desselben." ²⁴ Das Hässliche beruht demnach auf einem Mangel an Schönem, wie die Lüge auf einem Mangel an Wahrheit und das Böse auf einem Mangel an Gutem (privatio boni). ²⁵ In allen drei Bereichen wird ein Positives vorausgesetzt, eine Positionierung oder Formierung des Einen zur bestimmten Einheit. Diese gibt es in der Grenzenlosigkeit des Einen noch nicht: "Die Grenzenlosigkeit überhaupt kann man weder schön noch häßlich nennen." ²⁶ Dagegen gilt: "Einheit im allgemeinen ist schön, weil sie uns ein Ganzes gibt, das sich auf sich selbst bezieht; daher Einheit das erste Bedingnis aller Gestaltung ist."

Rosenkranz weist an dieser Stelle selbst darauf hin, dass er in der Tradition Platons steht: "Im Vergleich mit ihr [der Grenzenlosigkeit] aber ist das Begrenzte das schönere, weil es eine sich auf sich selbst beziehende Einheit darstellt, wie Platon bekanntlich dem πέρας [dem Begrenzten] vor dem ἄπειρον [dem Unbegrenzten] den Vorzug gibt." Das scheint Anaximander noch anders gesehen zu haben. Ich frage mich aber auch, wie die bestimmte Einheit sich denn auf sich selbst beziehen kann. Bedarf es dazu nicht eines Zweiten, womöglich der "unbestimmten Zweiheit", wie Platon das Apeiron auch nennt, oder der bestimmten Zweiheit, der 2, und vieler weiterer Zahlengestalten? Vielleicht gibt es im Begriff der "Einheit" auch eine Verwechslung des "bestimmten Einen" mit "Einheitlichkeit"; letztere läuft auf eine "Übereinstimmung" oder Harmonie des Verschiedenen hinaus. Diese scheint mir die treffende Konzeption des Schönen zu

²⁶ Rosenkranz, S. 3, auch im Folgenden.

²⁴ Karl Rosenkranz, Ästhetik des Häßlichen, hrsg. von Dieter Kliche, Leipzig 1990, S. 14.

²⁵ Zu Letzterem habe ich in *Resonante Wirklichkeit* einen Exkurs eingeschoben, S. 50-57.

sein (auch des Guten und Wahren), während mir das bestimmte Eine als solches dafür zu einfach, d.h. beziehungslos erscheint.

0

Bevor aber von der bestimmten 2 die Rede ist, soll noch ein Blick auf die 0 geworfen werden, die womöglich das Spiegelbild der "unbestimmten Zweiheit" ist. Immerhin ist die 0 eine gedanklich-mathematische Realität, wenn auch keine ontologische. Wie mehrfach ausgeführt, kann das Nichts ontologisch nicht dem Einen vorausgehen, ja es kann gar nicht "sein". Selbst das Nicht-Sein gibt es nur in Abhängigkeit vom Sein, als Möglichkeit der Selbstnegation des Einen. Sobald sich aber das unendliche Eine als bestimmte Einheit (1) "betrachtet", es sich "teilen" und die Idee der 2 hervorbringen kann, ist auch die Idee der bestimmten Negation der Einheit gegeben (1-1). Diese bestimmte Verneinung der 1 bezeichnen die Mathematiker als 0. Nur vermeintlich also bedeutet diese 0 das Nichts. Tatsächlich ist sie eine relationale 0 und keine absolute. Sie ist bezogen auf die primäre 1. Gerade das cartesianische Koordinatensystem bringt diese Beziehung zum Ausdruck, insofern zwischen 1 und 0 derselbe Abstand besteht wie zwischen 1 und 2, der "Wiederholung" der 1. Handelte es sich um eine absolute 0, läge die ganze Welt samt allen Möglichkeiten dazwischen. Aus einer absoluten 0, dem reinen Nichts, könnte nicht nur keine Welt hervorgehen, sondern auch keine Mathematik.

Der Unterschied zwischen relationaler und absoluter 0 spielt indes mathematisch keine Rolle, weil die Mathematik nicht auf dem Einen aufbaut, sondern auf der 1 als bestimmte Einheit. Wie für die Physik liegt auch für die Mathematik das absolute Nichts ebenso wie das absolute Sein außerhalb ihres Horizonts. Von daher ist die mathematische 0 lediglich eine von der 1 aus entworfene gedankliche Konstruktion ohne die ontologische Bedeutung des Nichts. Kein Wunder, dass sie so spät ins menschliche Bewusstsein trat. Im Unterschied zur 2 und den weiteren natürlichen Zahlen spielt die (echte, absolute) 0 auch in der ganzen Natur keine Rolle, vielmehr nur die 1-1, die sogar von größter Bedeutung ist.

Die heutigen Mathematiker sind sich uneins, ob die 0 eine natürliche Zahl ist. Aus meiner ontologischen Sicht ist sie dies nicht, und das nicht nur, weil ihr nichts in der Natur entspricht. Ja, aus ontologischer Sicht ist die 0 allenfalls eine künstliche Zahl (wie auch die negativen Zahlen), eigentlich sogar potenziert

künstlich, womöglich überhaupt keine wirkliche Zahl, weil an ihr von Hause aus nichts zu zählen ist. Die Mathematik hat, vor allem in der Neuzeit, immer mehr und mehr solcher künstlicher Konstruktionen hervorgebracht. In der Konsequenz dieser axiomatisch definierten Systeme mag die 0 nicht nur eine natürliche Zahl sein, sondern auch eine ganze und gerade Zahl. Ich stelle die "Realität" solcher Konstruktionen insofern nicht infrage, als auch das künstlich Ausgedachte eine Fortsetzung des vorgefundenen Natürlichen ist. Gleichwohl gibt es da einen tiefgreifenden Unterschied, so wie einerseits zwischen dem menschlichen Geist samt seinen Produkten, Erfindungen, und andererseits deren fundamental-geistigen Voraussetzungen in der Natur (woraus der menschliche Geist erst erwachsen ist). Letztlich sind zwar alle "Erfindungen" nur "Findungen", d.h. weitere Entfaltungen der natürlichen Evolution, aber sie sind nicht fundamental, sondern spät und mehr oder weniger fragil. Ich schließe mich hier Novalis' und Kroneckers Auffassung an, wonach die Mathematik weitgehend eine menschliche "Kunst" ist, mit Ausnahme der natürlichen Zahlen, die man eine "Kunst der Natur" nennen könnte, nämlich der schöpferischen "natura naturans". In beiden Fällen sprechen wir nicht von absoluten Schöpfungen, sondern eigentlich nur von kreativen Umformungen, von Emergenz.

Kroneckers quasi platonische Auffassung der natürlichen Zahlen widerspricht der quasi aristotelischen von Richard Dedekind, der, ebenfalls im späten 19. Jahrhundert, zu der Auffassung kam:

"Zahlen sind freie Schöpfungen des menschlichen Geistes, sie dienen als ein Mittel, um die Verschiedenheit der Dinge leichter und schärfer aufzufassen. Durch den rein logischen Aufbau der Zahlen-Wissenschaft und durch das in ihr gewonnene stetige Zahlen-Reich sind wir erst in den Stand gesetzt, unsere Vorstellungen von Raum und Zeit genau zu untersuchen, indem wir dieselben auf dieses in unserem Geiste geschaffene Zahlen-Reich beziehen."²⁷

Hätten wir damit etwas von der Außenwelt verstanden? – Zweifellos sind Zahlen für die Untersuchung von Raum und Zeit wie der ganzen Natur sehr nützlich, womit aber keineswegs erwiesen ist, dass sie "freie Schöpfungen des menschlichen Geistes" sind, eher im Gegenteil! Viel wahrscheinlicher scheint mir zu sein, dass der menschliche Geist ein Produkt der Natur ist und diese ein Produkt der noch fundamentaleren Zahlen, die *darum* für alle (späteren) Unter-

²⁷ Richard Dedekind, Was sind und was sollen die Zahlen?, Braunschweig 1888, Vorwort.

suchungen geeignet sind. – Und entspricht die unberechenbare Unregelmäßigkeit der Primzahlen und damit der ganzen Zahlenreihe tatsächlich der Logik unseres menschlichen Geistes? Ganz menschlich dürften hier nur sekundäre regelmäßige Systeme sein, die wir den Zahlen überstülpen, wie das Dezimalsystem. Von Hause aus müssen Zahlen etwas Unregelmäßiges in sich haben; sonst könnten sie nicht kreativ sein und wäre die ganze Welt vermutlich ein starrer Block. Wie gut, dass es anders ist!

2

Nicht nur die 0 halte ich, ontologisch betrachtet, für keine Zahl, schon gar nicht für eine natürliche, sondern auch nicht das Eine; denn es ist nicht zu zählen. (Ich stimme hier mit der in der ganzen griechisch-römischen Antike verbreiteten Auffassung überein.) Erst indem das Eine zur bestimmten 1 formiert und damit ein Anderes möglich erscheint, wird es zahlhaft. Die erste Zahl, die in jeder Hinsicht zahlhaft ist, ist die 2. Und sie wirkt zurück auf die 1, die erst durch sie eine abzählbare Zahl wird. Ohne die 2 ist die 1 nur ein mathematischer Punkt; das heißt: sie ist unsichtbar. Erst in der Zweiheit von Punkten wird die Verbindung (quasi als Strecke) sichtbar und tritt der erste Punkt nachträglich in Erscheinung. Gleichzeitig wird jetzt erst klar, dass die 1 eine ungerade Zahl ist. Insofern ist die Ableitung des Wortes "ungerade" von "gerade" sinnreich; denn das Gerade ist tatsächlich "vor" dem Ungeraden da, obwohl die 1 vor der 2 ist. Im Einen gab es natürlich kein gerade und ungerade. Insofern es Eines ist, könnte man es (aus späterer Perspektive) eher für ungerade halten. Insofern es die Aspekte des Unendlichen und des Nichts oder des Seins und Nicht-Seins umfasst, erscheint es eher gerade. Selbst die bestimmte 1 "weiß" von dieser Unterscheidung aber erst rückblickend durch die 2.

Die Genese der 2 (als Ausgang der ganzen weiteren Zahlenwelt) verstehe ich letztlich aus der Reflexion der Möglichkeiten von Sein und Nicht-Sein im Einen. Richten sich diese Möglichkeiten auf das Eine selbst – worauf sonst? –, so bedeutet das seine Teilung in zwei Hälften. Damit ist die Idee der 2 geboren, die extravertiert zur Verdopplung der 1, zur bestimmten 2 führt: $(1 = \frac{1}{2} + \frac{1}{2})$ reziprok $\frac{2}{1} = 2$. In dieser Extraversion liegt erstmals etwas Trennendes: Während die Teilung der 1 (in $\frac{1}{2} + \frac{1}{2}$) nur eine innere Differenzierung ist, stellt sich die 2 der 1 gegenüber. Allerdings ist diese Gegenüberstellung ambivalent oder "zwie-

lichtig"; sie ist zugleich eine affirmative Wiederholung und eine abtrennende Entgegensetzung.

In der menschlichen Kulturgeschichte wird fast immer der letztgenannte Aspekt betont. Das folgt daraus, dass das umfassend Eine naheliegenderweise als eine Symbolisierung oder direkte Realität Gottes verstanden wird, entsprechend auch die bestimmte 1. Die 2 ist dann der Widerpart Gottes, der Teufel und sein ganzes Heer des Negativen. Tatsächlich hängen im Deutschen Worte wie Zweifel, Zwist, Zwietracht, Zwiespalt etymologisch direkt mit der "Zwei" zusammen, auch das Wort Teufel, lateinisch diabolus. (Die indogermanische Silbe "di", "ti" oder "tiu" bedeutet "auseinander".)

Die negative Symbolisierung der 2 ist indes ein Beispiel für die tendenziöse Simplifizierung in der Zahlensymbolik. Man kann die 2 auch ganz anders sehen, nämlich als die Bestätigung der 1 oder als Wiederschein der Schwingung von Sein und Nicht-Sein im Einen. Die positiv-negative Doppeldeutigkeit der 2 ist im Mythos von Luzifer festgehalten. Luzifer, der "Lichtträger" war eigentlich der Höchste der Engel, der Gott am nächsten stand. In manchen gnostischen Schriften wurde Luzifer geradezu als der "erstgeborene Sohn Gottes" gesehen und mit Christus gleichgesetzt. So war er Gott "zum Verwechseln ähnlich" oder sah sich selbst so – wie die zweite Einheit (2) der ersten (1) gleicht: 2 = 1+1. Dabei wird freilich vergessen, dass die 2 aus der 1 hervorgegangen ist – so wie Luzifer "vergaß", dass er aus Gott hervorgegangen ist, sich mit ihm verwechselte, sich gegen ihn stellte und dadurch in die bestimmte "Zweiheit" absonderte und abstürzte (was in der Malerei oft als "Höllensturz" eindrucksvoll inszeniert wurde, z.B. von Peter Paul Rubens).

Aber bin ich jetzt nicht meinerseits vollkommen in die Zahlensymbolik abgestürzt? Wollte ich nicht die Zahlen formal aus sich selbst begründen anstatt aus inhaltlichen Analogien? Ich glaube, nichts anderes getan zu haben. Die inhaltlichen Analogien dienten nur der Erläuterung formaler Verhältnisse, nicht ihrer Begründung. Inhalte scheinen mir eher Folgen oder Verdichtungen der Form zu sein als Gründe. Womöglich ist alles Form, während "Inhalt" nur ein Begriff für hochkomplexe Form ist. Wie die unglückliche cartesianische Dichotomie von Geist und Materie durch Spinozas Monismus der einen Substanz überwunden wurde, so könnte schließlich auch die Dichotomie von Form und Inhalt überwunden werden. Dann aber wäre nicht nur aller Inhalt im Grunde Form, sondern auch alle Form von Grund auf inhaltlich, anders gesagt "In-formation". Und das

gilt zuallererst für die Natürlichen Zahlen, in denen beide Aspekte noch eins sind. Das ist freilich schon sehr "novalesk" gedacht und entspricht nicht der üblichen Mathematik und der ganzen quantitativen Denkweise der Neuzeit. Wir kommen darauf zurück. Zunächst noch einige im engeren Sinne mathematische Aspekte der 2:

Mathematisch betrachtet gibt es keinen Grund, sich zwischen der negativen und der positiven Deutung der 2 zu entscheiden. Im Gegenteil sollte die Ambivalenz von Bestätigung und Gegenpart bewusst gehalten werden, und vor allem ihre Abstraktheit. Die 2 als das Prinzip des Bösen schlechthin zu bezeichnen, ist viel zu voreilig und zu konkret. Vorstellungen vom Guten und Bösen, zumal im moralischen Sinn, sind viel späterer, abgeleiteter Art. Zunächst ist die 2 nicht mehr als die ausdrückliche Manifestation der im Einen angelegten Möglichkeit von Sein und Nicht-Sein, d.h.: von positiv und negativ. Sie ist also am ehesten die Zahl der bezugnehmenden Polarität und erst in "zweiter" Linie die des streitbaren Antagonismus. (Beispiele für Polaritäten der Wirklichkeit aufzuführen, erspare ich mir; ich würde in diesem Buch nicht damit fertig.)

Auf jeden Fall ist die 2 (gegenüber der göttlichen 1) die Zahl der Welt, der "Wirklichkeit", die aus der Teilung des Einen "gewirkt" ist. Schon Platon hat in seiner "Dihairesis" gezeigt, wie sich alle Begriffe, gewissermaßen die ganze Welt, als Zweiheiten auffassen beziehungsweise "zerlegen" lassen. Das digitale Computersystem, das formal auf Leibniz' mathematischem Binärsystem fußt, zeigt es aufs Neue.

In *Resonante Wirklichkeit* habe ich bereits dargestellt, wie sich mittels der einfachen Rechenarten aus der 2 – und keiner anderen Zahl²⁸ – auch die ganze Welt der natürlichen Zahlen generieren lässt. Ich wiederhole es hier:

Dies lässt sich nur umgehen, indem man eine beliebige Zahl durch sich selbst teilt und so die 1 konstruiert, mit der dann wiederum alle natürlichen Zahlen zu konstruieren sind. Um dies auszuschließen, habe ich in der folgenden Tabelle 2:2 in eckige Klammern gesetzt. Dann ist die 1 die einzige natürliche Zahl, die nicht aus der 2 zu konstruieren ist (sondern nur umgekehrt).

```
6 = 2+2^{2}
7 = (2^{2})^{2}-2):2
8 = 2x2^{2}
9 = ((2+2^{2}):2)x((2+2^{2}):2) \text{ oder } 2+2^{2}+((2+2^{2}):2)
10 = ((2^{2})^{2}:2)+2
11 = (2^{2})^{2}:2+((2+2^{2}):2)
12 = 2x(2+2^{2})
13 = (2^{2})^{2}-((2+2^{2}):2)
14 = (2^{2})^{2}-2)
```

. . .

Die 2 ist in der Tat das Prinzip der Vielfalt. Sie schwingt in allem. Ohne sie käme die 1 gleichsam nicht aus sich heraus. Man könnte auch sagen: Alle anderen Zahlen sind (nicht nur eine einfache Vervielfachung der 1, sondern auch) Verwicklungen der 2 (auch wenn sie einfacher geschrieben werden). Dabei entstehen aber jeweils neue formale Qualitäten, die sich von denen der einfachen 2 unterscheiden. Sie machen den Reichtum des Vielen aus. Diese Vielfalt wurzelt aber in der 2. Die 2 ist die einzige natürliche Zahl, die ausschließlich aus 1 zusammengesetzt werden kann. Damit ist nicht nur die 1, sondern auch noch die 2 keine ganz "normale" Zahl. So sieht es jedenfalls auch Augustinus, für den Zahlen etwas komplex Zusammengesetztes – eigentlich Geteiltes – sind; die 2 aber ist nicht komplex, sondern einfach, aus ein und demselben zusammengesetzt.²⁹ Sie hat so gesehen etwas Janusköpfiges: Sie schaut auf das Eine als ihren Ursprung, andererseits auf das Viele als ihre Entfaltung.

Beide Aspekte sind bereits in der altchinesischen Idee von Yin und Yang bewusst geworden, die laut Marcel Granet auf dem "Einskontinuum" beruht und damit kein fundmentaler Dualismus ist. Nach Granet und Marie-Louise von Franz sind im chinesischen Denken alle Zahlen "nur qualitativ verschieden nüancierte Konfigurationen des Einen."³⁰ (Ich komme am Ende darauf zurück.) Andererseits gilt gleicherweise:

"Die alten Chinesen teilten sogar ihren ganzen psychophysischen Kosmos in einen zeitlichen Zweierrhythmus auf, in eine enantiodromische [= gegenläufige] Wechselbewegung von Yin und Yang. Letztere sind nämlich

²⁹ S. dazu Anja Heilmann, *Anagogik in Boethius' Musiktheorie und in der neuplatonischen Kunstphilosophie*, in: *MusikTheorie* 23,1, S. 18.

³⁰ Marie-Louise von Franz, Zahl und Zeit – Psychologische Überlegungen zu einer Annäherung von Tiefenpsychologie und Physik. 1. Aufl. Stuttgart 1970, 2. Aufl. 1990. Vgl. dazu P.T., Resonante Wirklichkeit, S. 79.

nicht etwa, wie oft behauptet wird, kosmische Prinzipien, sondern sie sind, wie Marcel Granet darlegt, als Symphonie alternierender Rhythmen zu verstehen, wobei räumliches (vor – nach) und zeitliches (vorher – nachher) nicht trennbar sind. 'Denn', sagt Granet³¹ 'es gibt nicht den mindesten Unterschied zwischen Materie und Rhythmus. Darum heißt es unter Verwendung musikalischer Ausdrücke: Yin und Yang konzertieren (tiao) und harmonisieren (ho). Das ganze Universum besitzt eine rhythmische Grundkonstitution.'"³²

Hier wird die Zweiheit von Yin und Yang als *ein* alternierender Rhythmus interpretiert – und die ganze materielle Welt dazu, das alles wiederum musikalisch als eine Art "Symphonie", mithin auch als geistiges Phänomen.

3

Mit der 3 wird die Welt weiter entfaltet. Das gilt schon mathematisch, etwa in geometrischer Hinsicht: Erst drei Punkte können eine dreieckige Fläche aufspannen, und das ist die einfachste geometrische Figur in der Ebene. Wie fundamental gerade das gleichseitige Dreieck in der Geometrie ist, zeigt sich auch daran, dass drei der fünf vollkommen regelmäßigen (platonischen) Körper aus solchen Dreiecken zusammengesetzt sind.

Aber auch in logischer und daran anschließend in kultureller Hinsicht ist die 3, anders gesagt: die Bildung der Dreiheit von großer allgemeiner Bedeutung. Ernst Cassirer schreibt 1923 in seiner *Philosophie der symbolischen Formen* über sie:

"Das Problem der Einheit, die aus sich heraustritt, die zu einem 'Anderen und Zweiten' wird, um sich schließlich in einer dritten Natur wieder mit sich zusammen zu schließen – dieses Problem gehört zu dem eigentlichen geistigen Gesamtbesitz der Menschheit. Wenn es in dieser rein gedanklichen Fassung erst in der spekulativen Religionsgeschichte heraustritt, so zeigt doch die allgemeine Verbreitung der Idee des 'Dreieinigen Gottes', daß für diese Idee irgendwelche letzten konkreten Gefühlsgrundlagen bestehen müssen, auf die sie zurückweist und aus denen sie immer aufs Neue erwächst."³³

³¹ Nach *La pensée chinoise*, Paris 1968, S. 124.

³² Von Franz, a.a.O. S. 93.

Das ist einigermaßen kulturalistisch und psychologistisch formuliert. Ich denke, Zahlen haben nicht "irgendwelche letzten konkreten Gefühlsgrundlagen", sondern umgekehrt: Diese gehen auf abstrakte Zahlenverhältnisse zurück, die in sich selbst bzw. im Einen begründet sind. Gleichwohl ist der Vorgang von der Einheit über die Zweiheit zur Dreiheit treffend beschrieben. Die 3 vereinigt die 2 mit der 1. Man könnte auch sagen, sie bindet die 2 an die 1 zurück, überwindet damit den Aspekt der Entzweiung. Dieser Vorgang von Wachstum bei gleichzeitiger Rückbindung ist nicht nur für die Genese der natürlichen Zahlen ein Prinzip von größter Wichtigkeit, sondern auch für die ganze Wirklichkeit; sie scheint gerade so "gewirkt" zu sein. Man könnte das Prinzip auch fortschreitende Einheitsbildung nennen. Die 1 als Einheit wiederholt sich nicht nur auf lapidare, gleichförmige Weise in jeder natürlichen Zahl; vielmehr werden in der Genese der Zahlen durch "innere Verhältnisse" beziehungsweise Rückbindungen ständig neue Arten von Einheit gebildet, die jeder Zahl ein unverwechselbares Gepräge geben. Dies wird bei der 3 mit ihrem Synthese-Charakter aus These und Antithese prinzipiell deutlich.

Die synthetische Vereinigungskraft der Dreiheit scheint in allen menschlichen Gesellschaften geradezu unabweisbar (gewesen) zu sein. Am ausgeprägtesten ist dies wohl im Platonismus der Spätantike, bei Porphyrios und Proklos. Obwohl Porphyrios ein erklärter Feind und geistvoller Kritiker des Christentums war und als solcher von den Christen gefürchtet und bekämpft wurde, konnten diese sich seinem Denken in "Triaden" (das von Proklos noch weiter entfaltet wurde) nicht entziehen. Das für das Christentum zentrale Dogma der Trinität oder Dreifaltigkeit, von dem in der Bibel als solchem nicht die Rede ist, tritt (erst um 300 nach Christus) aus einer Aneignung platonisch-porphyrianischen Denkens hervor. Der Heilige Geist wird dabei "synthetisch" als die Liebe zwischen Gott-Vater und Gott-Sohn verstanden und in der christlichen Malerei nicht als eigenständige Person, sondern symbolisch als Taube dargestellt.

Aus platonischer (oder auch spinozanischer) Sicht ist freilich nichts wirklich eigenständig, grundständig oder göttlich außer dem Einen selbst. Die Entfaltung vom Einen über das Zweifache zur Dreiheit wird so als allgemeines Weltprinzip verstanden (und nicht als "Verschlüsselung" Gottes; der bleibt das Eine). Unter den vielen Dreiheiten sind von daher besonders die interessant und vielsagend,

³³ Philosophie der symbolischen Formen II = Bd. 12 der Ausgabe Ernst Cassirer, Gesammelte Werke, neu hrsg. von Birgit Recki (Hamburger Ausgabe), Hamburg 2002, S. 171f.

die nicht eine gleichartige Aneinanderreihung darstellen, wie zum Beispiel in diversen Triumviraten, vielmehr solche, die aufbauend, entwickelnd sind, wie Hören-Verstehen-Wissen, oder in denen das Dritte eine Art Zusammenfassung oder Resultat des Ersten und Zweiten ist, wie die Mitte zwischen Anfang und Ende oder wie das Sein, das Werden und Vergehen umfasst. Dabei ist nicht immer die Reihenfolge essentiell, sondern oft die verbindende Funktion.

4

Während in der 3 das Moment der Rückbezüglichkeit stark hervortritt, ist die 4 ganz vom Ausschreiten geprägt. Die 2 war ein einfaches Ausschreiten aus der 1; die 4 aber ist ein potenziertes Ausschreiten über die Ausschreitungszahl 2 hinaus: als Summe, als Produkt, als Potenz; 2+2, 2x2, 2² ergeben jeweils 4. Sie ist die einzige Zahl, in der Summe, Produkt und (gleichnamige) Potenz der Basis zusammenfallen, gewissermaßen verdichtet sind; insofern ist auch die 4 immer noch eine der "ganz besonderen" Zahlen. Keine andere Zahl ist so erfüllt von ihrer Basis (Primfaktor) wie die 4 von der 2. Dabei tritt natürlich nicht das Zwiespältige, Trennende der 2 hervor, sondern das Bestätigende: 2 als Wiederholung der 1, 4 als potenzierte Wiederholung der 2. So lässt sich sagen: Es gibt keine festere Form als die Vierheit, geometrisch: das Quadrat als die rechtwinklig zur Fläche ausgespannte Linie und deren Potenzierung, der (Hexaeder-)Würfel. Das Quadrat (und überhaupt das Viereck) ist die einfachste Figur, die sich unter Beibehaltung ihrer Seitenlängen verformen lässt, etwa vom Rechteck zum Parallelogramm.

Ist die 4 ganz aus der 2 geboren, fragt sich, was sie eigentlich mit der 3 zu tun hat, die doch ihre "Vorgängerin" ist: Man muss wohl sagen: erstaunlich wenig. Geometrisch könnte man zur Verbindung von 3 und 4 anführen, dass sich der Tetraeder aus vier gleichen dreieckigen Seitenflächen zusammensetzt. Tatsächlich lassen sich im dreidimensionalen Raum maximal vier Punkte äquidistant anordnen. In arithmetischer Hinsicht gilt hingegen: Während die 3 aus der Rückbezüglichkeit der 2 auf die 1 hervorgeht, ist die 4 ein reines Kind der 2, von der 3 aus gesehen aber nicht mehr als eine bloße Hinzufügung der Einheit 1. Ja man kann sagen, dass die 4 ontologisch betrachtet kein späteres Ereignis ist als die 3, vielmehr von ähnlichem Einfachheitsrang. (Nach Leonhard Eulers Rangordnung der Einfachheitsgrade von Zahlen und Zahlenverhältnissen bzw. musikalischen

Intervallproportionen, "gradus suavitatis", hat die 4 denselben Rang wie die 3, nämlich 3.)³⁴ In beiden Fällen braucht es nur drei Entfaltungsschritte: bei der 3: Einheit-Verdopplung- Verbindung von beiden, bei der 4: Einheit-Verdopplung- nochmalige Verdopplung. Da die 4 ohne Rückbezüglichkeit auskommt, könnte man sogar sagen, dass in ihr die 1 gerader, direkter durchscheint oder durchklingt als in der 3 (wie in der Doppeloktave 4:1 stärker als in der Duodezime 3:1).

Die 4 besteht nur aus Verdopplungen der Einheit, wie auch die weiteren Zweierpotenzen. (Der Ausdruck "Zweierpotenzen" macht diesen Sachverhalt nicht hinreichend klar, da er nur auf die Basis 2 rekurriert, aber nicht auf deren Basis 1, die sich im ersten Schritt nur additiv und nicht multiplikativ vermehrt.) Tatsächlich ist die 8 von daher eine einfachere Zahl als die 5. Die 8 hat den gradus suavitatis 4 – so wie die 6 –, während die 5 ihren Einfachheitsgrad 5 mit der 9, der 12 und der 16 teilt. Alle Zahlen tendieren in ihren Vervielfachungen ins Unendliche. Dies wird aber erstmals bei der 8 ganz deutlich, die den zum Quadrat ausgespannten Raum der 4 durch die weitere Verdopplung prinzipiell ins Unendliche ausdehnt, geometrisch dargestellt im regelmäßigen Achteck als Unendlichkeitssymbol (wie bei Nicolaus Cusanus oder auch im Grundriss zahlreicher Kirchtürme im Obergeschoss).

Wie sehr die 4 eine schon relativ konkrete, anschauliche "Weltzahl" ist, hat insbesondere C.G. Jung über Jahrzehnte untersucht und dabei festgestellt, dass die Vierheit (oft auch erweitert zur Achtheit) vielen fundamentalen, archetypischen Ordnungsvorstellungen zugrunde liegt, wie den vier Himmelsrichtungen, Jahresund Tageszeiten etc., ebenso wie abstrakten Mandala.³⁵

6

Ähnlich einfach wie die 8 ist die 6. Sie ist kleiner, aber die erste Zahl, die aus zwei unterschiedlichen Primfaktoren zusammengesetzt ist, den ersten beiden Primzahlen 2 und 3. Sie vereinigt somit die Charakteristika der 2 und der 3. Vor-

³⁴ Siehe dazu P.T. in Resonante Wirklichkeit, S. 200f..

³⁵ Von Franz selbst setzt sich in ihrem Buch ausführlich mit den ersten vier natürlichen Zahlen auseinander, ihren mathematischen Strukturen und ihren symbolischen Konnotationen.

herrschend ist dabei die 3, weil sie aus einer einfacheren Zerlegung der 6 hervorgeht als die 2.

Die 6 ist außerdem die erste sogenannte "vollkommene Zahl", da sie gleich der Summe ihrer Teiler ist: 3+2+1=6. Ich muss allerdings gestehen, dass ich das Attribut des "Vollkommenen" dafür etwas übertrieben finde. Ich würde eher von einer "ausgeglichenen Zahl" sprechen. Sind nicht abundante Zahlen (deren Teilersumme *größer* ist als sie selbst) vollkommener, z.B. die 12 (6+4+3+2+1=16)? Aber eigentlich kann gar keine Zahl vollkommen genannt werden; denn alle sind nur ein Abglanz und damit eine Minderung des Einen.

Die nächste "vollkommene Zahl" ist übrigens 28 (14+7+4+2+1). Hier leuchtet das Attribut der Vollkommenheit noch viel weniger ein als bei der 6. Diese ist immerhin das Produkt *und* die Summe der *ersten* drei Zahlen. In ihr ist die Geradheit, das Voranschreiten der 2 mit der Vermitteltheit der 3 auf einzigartige Weise verdichtet.

Auch geometrisch zeigt sich die große "Verbindlichkeit" der 6. Nicht nur hat ein Hexaederwürfel sechs gleiche Flächen, sondern auch ein Tetraeder sechs Kanten und ein Oktaeder sechs Ecken. Wie das gleichseitige Dreieck und das Quadrat ist das regelmäßige Sechseck eine flächendeckende Figur, was in der Natur besonders an Bienenwaben ersichtlich ist.

³⁶ In der Definition der abundanten Zahlen spricht man von "echten Teilern" und schließt die zu teilende Zahl selbst aus. Dass man auf der anderen Seite aber die 1 einschließt, verstehe ich nicht wirklich; denn eine "Teilung durch 1" scheint mir gar keine "echte Teilung" zu sein, während eine Teilung der 12 durch 12 sehr wohl ein Teilungsergebnis gibt, nämlich 1. (Das ist einer von etlichen Fällen, in denen die Terminologie oder Axiomatik der Mathematik kontraintuitiv und kaum nachzuvollziehen ist.) – Das Maß der Abundanz wird normalerweise mit der absoluten Größe des Überschusses angegeben. (Im Fall der 12 ist es 4.) Tendenziell wächst es mit der Höhe der abundanten Zahlen. So hat z.B. 96 eine Abundanz von 60, da die Summe ihrer Teiler 156 ergeben. Interessanter finde ich aber die relative Abundanz, die die Teilersumme in Proportion zur Ausgangszahl bringt. Hier hat bis 100 die 60 die höchste relative Abundanz, nämlich $48 = \frac{4}{5}$ (oder 0,8, besser gesagt: $108:60 = \frac{9}{5}$ oder 1,8). – Bemerkenswert erscheint mir noch: Wenn man die Teiler einer Zahl nicht addiert, sondern multipliziert, ergibt das Produkt eine Potenzzahl der Ausgangszahl (bei den ersten drei abundanten Zahlen 12, 18 und 20 die Zweierpotenz – $1x2x3x4x6 = 144 = 12^2$ –, ab 24 höhere Potenzen etc.) Diese Regel gilt so nicht für die relativ selten vorkommenden abundanten Potenzzahlen (bis 100 nur 36 und 100 selbst); hier muss man, damit die Regel gültig bleibt, die Basis der Potenzzahl doppelt rechnen (bei 36 also $1x2x3x4x6x6x9x12x18 = 1679616 = 36^4$.

Bei den vielen Anwendungen der 6 ist abermals der deduktive Charakter der Zahlen herauszustellen. Dies sah schon Augustinus ausdrücklich so, als er schrieb: "Sechs ist eine vollkommene Zahl für sich. Nicht, weil Gott [nach dem Verfasser der *Genesis*] alle Dinge in sechs Tagen erschaffen hat, sondern Gott hat alle Dinge in sechs Tagen erschaffen, weil diese Zahl perfekt ist."

5

Während in der 6 die 2 und die 3 multiplikativ verbunden sind, sind sie es in der 5 (nur) additiv, also nicht als Faktoren, sondern Summanden. Als Summanden der 5 kommen freilich auch die 1 und die 4 in Frage. Ich würde aber die mittigen (einander nächsten) Summanden einer natürlichen Zahl als Hauptsummanden bezeichnen, da sie jene am stärksten charakterisieren. Bei geraden Zahlen gibt es, abgesehen von den Primfaktoren, immer nur einen Hauptsummanden, der halb so groß ist wie die Zahl selbst. (So ist etwa die Zahl 10 durch keinen Summanden stärker gekennzeichnet als durch die 5 (5+5), auch wenn sie außerdem noch in 9+1, 8+2, 7+3, 6+4 und deren Umkehrungen besteht.) Bei ungeraden Zahlen gibt es zwei benachbarte Hauptsummanden; im Falle der 5 sind dies 3 und 2, wobei hier die größere der beiden Zahlen als charakteristischere erscheint, schon weil sie durch die Ungeradheit mit der Ausgangszahl übereinstimmt. So würde ich sagen: Die 5 ähnelt am ehesten der 3, danach der 2, danach der 4; die 1 aber ist das Grundelement aller natürlichen Zahlen und eben deshalb am wenigsten charakterisierend.

Während alle geraden Zahlen etwas Bestätigendes haben – die Bestätigung ihrer Halbzahl – wirkt in ungeraden Zahlen etwas kreativ Überragendes. Am einfachsten geschieht dies in der 3, die die 2 um deren Hälfte überragt und so Neues schafft. In der 5 wird die 4 um deren halbe Hälfte überragt; das Neue, das sie schafft, ist im Verhältnis zur Einheit 1 von komplizierterer Art, andererseits ein noch ziemlich leicht zu überschauendes Verhältnis. Die 5 steht so an der Grenze zwischen Einfachheit und Kompliziertheit; das macht sie weniger streng als die 2, 3 oder 4, ohne schon verwirrend vielfältig zu wirken. In ästhetischer Hinsicht hat dergleichen oft eine angenehme Wirkung.

Und was bedeutet es, dass die 5 primär aus 3+2 zusammengesetzt ist? Als kleinste Primzahl, die die Summe aller Primzahlen bildet, die kleiner sind als sie selbst, zeigt sie auch dadurch einerseits eine gewisse Vielfalt, andererseits eine

große Verdichtung. Letztere ist allerdings geringer als bei der vollkommenen Zahl 6, die nicht nur summativ, sondern auch faktoriell verdichtet ist. Die 5 ist "eckiger", "individueller" als die 6 und natürlich als alle kleineren Zahlen. Sie ist nicht in sich gerundet, sondern steht für das Prinzip wachsender Komplexität. Von daher verwundert es nicht, dass sie oft in biologischen Zusammenhängen erscheint, während sich die anorganische Welt auf die ersten beiden Primzahlen 2 und 3 und deren multiplikative Kombinationen beschränkt (wie besonders schön an Kristallen zu erkennen ist). Beispiele für die Bedeutung der 5 in der Biologie sind die Pentadaktylie, die Fünfstrahligkeit oder die Fünffingrigkeit, die Untergliederung der einzelnen Extremitäten der Wirbeltiere in je fünf Fortsätze (Finger, Zehen). Die Stachelhäuter weisen eine fünfstrahlige Radiärsymmetrie auf, etwa beim Seeigel oder Seestern. Etliche Pflanzen, wie Rosengewächse, haben fünfzählige Blüten, teilweise auch fünfstrahlig strukturierte Früchte, beispielsweise Äpfel und Birnen.

Interkulturell wird die 5 tatsächlich oft als Zahl des Lebens oder der Liebe aufgefasst, da – nicht nur im altchinesischen Orakelbuch *I Ging* – die gerade 2 als weibliche, die ungerade 3 als männliche Zahl gilt und ihre erste Vereinigung die 5 ist. (Es ist bemerkenswert, dass kulturell und in der älteren Mathematik die der 2 nachgeordnete 3 als erste ungerade Zahl gilt und nicht die 1. Hierbei spielt noch die Ableitung der 1 aus dem (göttlichen) Einen eine Rolle, das über aller Dichotomie steht.)

Ich möchte mich hier nicht weiter auf zahlensymbolische Aspekte einlassen, damit diese nicht als Ursachen erscheinen, vielmehr erneut die deduktive Wirkung der Zahlen hervorheben, und zwar nicht nur für die Kulturgeschichte, sondern auch für die Naturwissenschaften. Die induktive Methodik der neuzeitlichen Naturwissenschaften bedient sich der Mathematik bzw. der Zahlen als bloße Hilfsmittel der Beschreibung, eben als im Sinne der Natur "angewandte Mathematik". Ich sehe es (mit Pythagoras) eher umgekehrt: Die Natur ist eine umständliche, nie vollendete Beschreibung, Ausfaltung, Verwirklichung der Zahlen(möglichkeiten) die ihre tiefere Substanz sind, wie das Eine wiederum die Substanz der Zahlenvielheit.

Höhere Zahlen

Wenn ich eben von der Individualität der 5 sprach, so gilt dies selbstverständlich nur in einem relativen Sinn (im Vergleich mit anderen sehr kleinen Zahlen). Tatsächlich sind die kleinen Zahlen in einem für uns individualistische Menschen kaum nachzuvollziehenden Maß *allgemein*; ja sie sind so allgemein, dass die Worte unserer Sprache, selbst die Allgemeinbegriffe, von Hause aus viel zu konkret, zu festgelegt sind, um sie in ihrer weitgespannten Allgemeinheit angemessen zu beschreiben. (Die "Sprache" der Musik ist da, wie ich noch zeigen werde, in einer weit günstigeren Lage.) Diese Allgemeinheit qualifiziert sie als fundamentale "Archetypen", und das nicht nur in psychologischer Hinsicht, wie C. G. Jung und Marie-Louise von Franz meinten.³⁷ Aus meiner Sicht sind die Zahlen nicht nur psychische, sondern darüber hinaus ontische Archetypen; sie liegen *allen* Verwirklichungen zugrunde.

Nun kann man fragen, ob ein bestimmter Kanon kleiner Zahlen als Archetypen festzustecken ist. Pythagoras scheint diese Meinung vertreten zu haben, indem er die Tetraktys der ersten vier Zahlen heiligte (und dabei vielleicht nicht durchschaute, wie sehr ihm das in mathematischer Hinsicht relativ willkürliche Dezimalsystem die Gedanken leitete). Aus meiner Sicht gibt es für einen solchen Kanon keine feste Grenze. Man könnte ebenso gute mathematische Gründe finden, ihn bei der ersten Synthesezahl 3 oder bei der abrundenden 6 (dem "Senarius") zu begrenzen. (Letzteres entspräche nicht nur symbolisch den sechs Schöpfungstagen oder harmonikologisch dem vorherrschenden abendländischen Musiksystem nach dem Mittelalter; vielmehr ist schon im "Sieb des Eratosthenes" klar geworden, dass das Sechsersystem hinsichtlich der Anordnung der Primzahlen die größte Regelmäßigkeit aufweist.)

Grundsätzlich lässt sich feststellen: Potenzzahlen prägen die Eigenart ihrer Grundzahl weiter aus, andere teilbare Zahlen bilden komplexe Neuerungen ihrer Primfaktoren, Primzahlen aber zeigen ein zunehmend individuelleres Gesicht, je höher sie sind. So ist die 7 noch mal individueller und komplizierter strukturiert als die 5; von ihren Hauptteilern 4 und 3 ist die 4 ihrerseits aus dem Primfaktor 2 zusammengesetzt. Man könnte sagen: Wie die 5 im Vergleich zur 3 eine höhere Reflexionsstufe darstellt, so die 7 im Vergleich zur 5. Steht die 3 für die Entfaltung des Raums bzw. für die anorganische Welt und die 5 für das Leben, so die 7 für das reflektierte Leben, den menschlichen Geist. – Aber ich muss wiederum

³⁷ Siehe von Franz, a.a.O. S. 175ff..

betonen, dass dies nur *eine* mögliche Deutung ist. Ebenso könnte man die 7 als Zahl der Grenzüberschreitung, des Unbegreiflichen verstehen. Alle diese kleinen Zahlen sind ungeheuer allgemein und flexibel, allerdings nicht bis ins Beliebige. Der bereits von Kepler zitierte Satz: "Ich hasse alle Kabbalisten." wendet sich generell gegen esoterische Deutungsfestlegungen von Zahlen (und anderen Wirklichkeitsgrößen), gegen unangemessene Eindeutigkeiten. (Manche Menschen, wie z.B. Rudolf Steiner, haben eine starke Neigung dazu, was ihre möglicherweise genialen Ideen belastet oder – für mich jedenfalls – weniger überzeugend macht.) In den tiefen Schichten der Wirklichkeit sind Eindeutigkeiten und konkrete Festlegungen tatsächlich unangemessen, wie in der Quantenphysik.

Gleichwohl haben auch schon die kleinen Zahlen ein unverwechselbares "Gesicht". Über die einzelnen Primzahlen etwa lässt sich weit mehr sagen, als dass sie alle nur durch 1 und durch sich selbst ganzzahlig teilbar sind. Schon die Existenz von Primzahlen und ihre ganz unregelmäßige Verteilung unter den natürlichen Zahlen gibt zu denken. Wie ist es möglich, dass aus der absolut regelmäßigen Folge des immer Gleichen etwas vollkommen Unregelmäßiges und Unberechenbares resultiert? Hat dies vielleicht mit der differenzierten Rückbezüglichkeit der Zahlen auf ihren Kontext zu tun?

Primzahlen werden aber nicht nur durch ihre Umgebung, sondern auch durch ihre jeweilige unterschiedliche (additive) Zusammensetzung charakterisiert. So zeichnet z.B. die 17 aus, dass ihre Hauptsummanden zwei (quasi symmetrische) Potenzzahlen sind, 2^3+3^2 . Sie hat damit gewissermaßen mehr Gesetzmäßiges in sich als z.B. die 13 = 7+(2x3). (Dem entspricht die erst von Carl Friedrich Gauß entdeckte Konstruierbarkeit des Siebzehnecks.)

Es liegt nahe, alle teilbaren Zahlen als von Primzahlen abgeleitet zu betrachten, wie Platon die wirklichen Dinge als abgeleitet von den Ideen ansieht. Man könnte sagen: Die Primzahlen haben eine höhere Seinsdichte als die teilbaren Zahlen oder stehen unmittelbarer zur 1. Dies gilt erst recht für die einzige gerade Primzahl 2, durch die in der Halbierung bzw. Verdopplung der 1 Vielheit überhaupt erst möglich wird. Alle "Originalität" liegt letztlich in den Primzahlen. Gleichwohl hat *jede* natürliche Zahl kraft ihrer unterschiedlichen Zusammensetzung ein je eigenes Gesicht. Alle Kombinationen von Primfaktoren, so komplex sie auch seien, finden sich in höheren Zahlen verwirklicht, z. B. 3, 5 und 13 in der 195, eine Zahl mit einer differenzierteren "Physiognomie" als jeder ihrer einzelnen Faktoren.

So sind nicht nur die Primzahlen Sonderlinge, vielmehr ist *jede* natürliche Zahl ein unverwechselbares Individuum, insofern ihre innere Zusammensetzung (Teiler, Primfaktoren etc.) und ihre Positionierung in ihrer Umgebung unterschiedlich sind. Es gibt immer mindestens ein Unterscheidungsmoment, selbst bei den besonders nah verwandten Potenzzahlen einer Basiszahl. Hinzu kommt noch die Möglichkeit, zwei oder mehrere Zahlen in ein festes Verhältnis zu setzen, wodurch die Anzahl der charakteristischen Möglichkeiten schon bei wenigen Zahlen ins Unermessliche steigt.

Da die Reihe der natürlichen Zahlen unendlich ist, lässt sich geradezu sagen, dass ihre individuelle Vielfalt nicht geringer ist als die der ganzen physikalischen Welt (womöglich noch größer, insofern die natura naturata nur einen Teil des Potentials der natura naturans entfaltet; sie ist damit zwar unabsehbar groß, aber nicht unendlich). So ist die Welt der natürlichen Zahlen – von weiteren Zahlenklassen ganz zu schweigen – das klarste Bild der spinozanischen Modifikationen der einen Substanz. Man könnte sagen: Sie bildet die ganze konkrete Welt abstrakt vor.

Auf der dargestellten Basis ließe sich die Reihe der natürlichen Zahlen mit ihren jeweiligen Eigenarten immer ausführlicher charakterisieren, doch möchte ich dies lieber den geneigten Lesern und der weiteren Wirklichkeit überlassen. Wie schon die Erkundungen der kleinsten natürlichen Zahlen gezeigt haben, ist diese Aufgabe – vielleicht entgegen dem Anschein – durchaus nicht trivial; sie führt ins Uferlose und kann gleichwohl eine erbauliche Beschäftigung sein, eine Vertiefung in die möglichen und zum Teil realisierten Bauprinzipien unserer und aller Welt.

Zahlenverhältnisse

Wie ich schon erklärte, kann die Genese der natürlichen Zahlen als ein Wechselspiel von (inneren, introvertierten) Teilungen und (äußeren, extravertierten) Vervielfachungen verstanden werden. Während die Teilungen der 1 dieser immanent sind und ihr selbst in einem starken Sinn angehören (wie die Wirklichkeit in Spinozas natura naturans), schreiten ihre Vervielfachungen als natürliche Zahlen von ihr fort, auch wenn die 1 immer in diesen Fortschreitungen präsent bleibt (wie die eine Substanz in den Verwirklichungen der natura naturata). Sie werden so zu jeweils neuen Ganzheiten mit je eigenen inneren Verhältnissen.

Bisher haben wir diese als solche etwas näher betrachtet. Nun treten Zahlen aber auch als Ganze untereinander in ein (äußeres) Verhältnis und solche Verhältnisse wiederum zu anderen Verhältnissen. So ergeben sich neue Stufen der Komplexität.

Obwohl alle natürlichen Zahlen von ihren Nachbarn denselben Abstand 1 haben, sind ihre Verhältnisse untereinander keineswegs gleichartig, Tatsächlich steht jede Zahl zu jeder anderen in einem anderen qualitativen und meist auch quantitativen Verhältnis. – Erweiterte Verhältnisse (Brüche) scheinen dem zu widersprechen. Stehen nicht 10:5 oder 6:3 im selben Verhältnis wie 2:1? Rein quantitativ oder rechnerisch ja. Qualitativ haben die Verhältniszahlen 10 und 5 aber eine wesentlich komplexere Binnenstruktur als 2 und 1. Rechnerisch ist diese nicht von Belang. Qualitativ betrachtet ist die Halbierung 10:5 aber umständlicher und vielschichtiger als die simple 2:1-Teilung. (Die Faszination des Rechnen- und Kürzen-könnens dürfte die Aufmerksamkeit onto- und phylogenetisch frühzeitig von dieser Dimension der Betrachtung abgezogen und simplifiziert haben – und damit die ganze Philosophie der Mathematik.) Gleichwohl sind Zahlenpaare mit ein und derselben Proportion natürlich im höchsten Grade "verwandt", wenn auch nicht in jeder Hinsicht "gleich".

Der Grad und die Art der Verwandtschaft unter den Zahlen ist sehr, ja extrem differenziert. Da die Reihe der natürlichen Zahlen unendlich ist, übertrifft diese Differenziertheit theoretisch sogar die der (bisher) entfalteten physikalischen Welt – und ist in dieser Hinsicht das Gegenteil von monoton oder langweilig. Selbstverständlich können wir diese unendlichen Verhältnisse hier nicht in extenso beschreiben, nicht einmal sortieren und skizzieren. Da mag jeder seine eigenen Wanderungen in den Wald der Zahlenverhältnisse unternehmen. Ich führe hier nur zwei (ziemlich willkürliche) Beispiele an:

Schon Pythagoras kannte sogenannte "befreundete Zahlen", das sind zwei natürliche Zahlen, von denen wechselseitig jeweils eine gleich der Summe der echten Teiler der anderen ist. Das kleinste dieser Paare ist 220 und 284. (Die Summe der echten Teiler von 220 ergibt 1 + 2 + 4 + 5 + 10 + 11 + 20 + 22 + 44 + 55 + 110 = 284 und die Summe der echten Teiler von 284 ergibt 1 + 2 + 4 + 71 + 142 = 220.) Der Begriff der "befreundeten Zahlen" ist hier eng definiert. Es gibt unter den Zahlen aber alle möglichen Abstufungen und Arten von "Freundschaft" und "Feindschaft". – Ein klassisches Beispiel für letztere ist 45:32. Für oder in sich betrachtet haben die beiden Zahlen sehr unterschiedlichen Charakter. Wäh-

rend die 32 als 2⁵ aus nichts als potenzierter Geradheit besteht (wenn auch wohl etwas weniger als die 16 mit 2²x2² oder 2^{2 hoch 2}), damit aus nichts als Verdopplungen der Einheit 1, setzt sich die 45 aus 3²x5 zusammen, ist also, obschon keine Primzahl, wesentlich komplexer (oder, wenn man so will, bunter oder "schräger") und steht der Unität viel ferner. Entsprechend spannungsreich erscheint auch das Verhältnis beider Zahlen. In der Musiktheorie bezeichnet es die übermäßige Quarte, den Tritonus, eine Dissonanz, die in früheren Jahrhunderten gar als "diabolus in musica" galt und zu meiden war.

Tatsächlich ist das Feld der Musiktheorie außerordentlich fruchtbar für das Verständnis von Zahlenverhältnissen. Wir wollen es im Weiteren von Grund auf anschauen und begehen, zumal hier eine hervorragende Möglichkeit besteht, über die proportionale "Schwingungswirklichkeit" von den abstrakten Zahlen zur physikalischen und gleichermaßen zur psychischen Dimension des Wirklichen fortzuschreiten, – in Novalis' lapidaren Worten: "Ton: Übergang von Quantität zur Qualität."

Ein Blick auf die Ontologie der Geometrie

Bevor wir von den Zahlen zu den Tönen kommen, ist aber wenigstens ein kurzer Blick auf die Geometrie und ihren ontologischen Ort zu werfen. Der ist nämlich in einem eigentümlichen Übergangsbereich zwischen der rein abstrakten Welt der Zahlen und der konkreten physikalischen Welt zu suchen. Darin scheint die Geometrie der Musik zu ähneln, bleibt aber in einem höheren Grad im Abstrakten beheimatet. – Dem Wort nach, "Erdvermessung", verbindet sich die Geometrie freilich urtümlich mit ganz Konkretem. Aber das besagt nicht unbedingt viel. So wenig wie sich das Wesen der Zahl im Abzählen erschöpft, so wenig das der Geometrie im Abmessen.

Im antik-mittelalterlichen System der Septem artes liberales galt die Musik (in der Abteilung des Quadriviums) als angewandte Arithmetik, die Astronomie aber als angewandte Geometrie.³⁹ Das suggeriert, dass Arithmetik und Geome-

³⁸ Fragment aus *Novalis, Schriften*, Bd. III (wie Anm. 2), S. 682 oder Kamnitzer (ebenfalls Anm. 2), Nr. 1813 (S. 582). Ich komme darauf zurück.

³⁹ Entsprechend erklärte Johannes Kepler die Planetenbahnen zunächst mit Hilfe geometrischer Figuren, wie schon in seinem *Mysterium cosmographicum* (1596). Später hielt er die Musiktheorie für zielführender, was kulturhistorisch durch den pythagoreischen Mythos der

trie auf gleichem ontologischem Niveau stehen, gewissermaßen beide in einer transzendenten Wirklichkeit wurzeln, während Musik und Astronomie sich mit "halbtranszendenten" Gegenständen befassen, die dem Trivium angehörenden sprachlichen Künste aber ganz dem irdischen, menschlichen Bereich zugeordnet sind. Näher betrachtet kommt aber nur die reine Arithmetik ohne Raum und Zeit aus, ist so gesehen ganz transzendenter Natur. Die Geometrie bedarf zwar ebenso wenig der Zeit, kann aber nicht des Raums entraten, wenn dieser Raum auch ein ganz abstrakter ist. Sie ist damit zwar vorkonkret, aber nicht ganz und gar vorweltlich – eine einzigartige Position. (Die Musik ist schon konkret, aber noch nicht materiell manifest, während die Astronomie beides ist, nach antiker Vorstellung aber immerhin "translunar"; also noch immer etwas transzendent; dies gilt besonders in ihrer Verbindung mit der Musik zur "Sphärenharmonie".)

Da fragt es sich: Wie verhält sich grundsätzlich die Geometrie zur Arithmetik? Ist sie deren erste, noch abstrakte "Abbildung"? Oder anschaulicher gefragt: Welche geometrischen Figuren entsprechen welchen Zahlen? Die Fragen sind obschon weit simpler als die der neueren "arithmetischen Geometrie" – nicht ganz so einfach und eindeutig zu beantworten, wie man vielleicht denkt. Vermutlich wird so gut wie jeder die Zahl 3 mit einem gleichseitigen Dreieck assoziieren und die 4 mit einem Quadrat, oder? Würden es im Fall der 3 auch gleichschenklige oder unregelmäßige Dreiecke tun oder im Fall der 4 nicht auch ein Kreuz? Aber entsprechen die Enden eines einfachsten Kreuzes (mit gleich langen Strecken im rechten Winkel) nicht wiederum dem Quadrat? Nun ja. Wie steht es mit der 5? Ist ihr geometrisches Pendant das regelmäßige Fünfeck oder das Pentagramm oder vielleicht eher der Quincunx (wie auf einem Spielwürfel), also eine 4 mit zusätzlich ausgezeichneter Mitte? (Das entspräche am ehesten dem chinesischen Weltbild.) Jenseits des Sechsecks wird die Sache für die menschliche Vorstellungskraft überdies unanschaulich, vor allem was die Primzahlen betrifft. – Und zur anderen Seite: die 2? Entspricht sie der Strecke (mit zwei Enden) oder vielleicht auch der Geraden, die in beide Richtungen ins Unendliche läuft? Die Gerade aber bezeichnet eine Dimension.

Gehen wir von der Fläche in die Dreidimensionalität, so wird die Sache keineswegs klarer. Mit welcher Zahl soll man z.B. den Würfel assoziieren? Als "Hexa-

Sphärenharmonie nahegelegt war. In seinen *Harmonices mundi libri V* (1619) stellt er beide Ansätze sukzessiv dar. Seine berühmten Ellipsensätze erscheinen da als Anwendungen der (göttlichen Welt-)Musik, als Kongruenz von Musiktheorie und Empirie. (Tatsächlich handelt es sich auch hier nur um unterschiedlich signifikante Annäherungen.)

eder" ist er nach seinen sechs Flächen benannt, hat aber gleichwohl acht Ecken und zwölf Kanten. Der Tetraeder hat vier Flächen, vier Ecken und sechs Kanten. Woran soll man sich da halten?

Durch den Dimensionsbegriff kommt überhaupt eine weitere Komplikation ins Spiel. In "Dimension" (= Ausmessung) steckt die griechische Silbe "di", welche 2 bedeutet und für jegliche Ausdehnung notwendig ist. *Eine* Dimension hat somit von Hause aus etwas Zweifaches. Zur Darstellung von zwei Dimensionen braucht man drei Punkte, von drei Dimensionen vier. Der Punkt selbst hat keine Dimension, obwohl er eine Entität im Raum ist. Er wird sowohl für die Symbolisierung der 1 als auch der 0 verwendet. Ist das nicht verwirrend? – Sollte man die Sache vielleicht umbenennen und statt von der "ersten Dimension" von der "zweiten Raumheit" sprechen oder so ähnlich? Dann wäre der Punkt die erste Raumheit. Aber er hat ja selbst gar keinen Raum, *ist* gleichwohl im Raum "lokalisiert". Oder etwa nicht?

Der Punkt selbst scheint ein ähnliches Mysterium zu sein wie das Heraustreten oder Formwerden der 1 aus dem (transzendenten) Einen. Er – und mit ihm die fundamentale Existenz des Raumes – scheint wie das Eine zwischen Sein und Nicht-Sein zu schwingen. Ebenso scheinen auch die einfachen geometrischen Figuren in Bezug auf die natürlichen Zahlen gewissermaßen paradox zwischen Ein- und Mehrdeutigkeit zu schwingen. Dies könnte ein unabdingbarer Spielraum sein, der zur kreativen Entfaltung weiterer Wirklichkeitsbereiche notwendig ist. Im Grunde steckt diese paradoxe Spannung schon allein in den natürlichen Zahlen, wenn man nur an die Unregelmäßigkeit der Primzahlen innerhalb der absolut regelmäßigen Abfolge der Zahlen denkt. Die Wirklichkeit scheint von vorn herein nicht glatt symmetrisch bzw. eindeutig zu sein. Gerade das macht ihren Reichtum aus, schon in der Arithmetik und Geometrie. Die Musik setzt das in Richtung komplexer Konkretisierung fort, noch vor der handgreiflich materiellen Welt.

Ontologie der Töne

Die Naturtonreihe als Explikation des Einen und seiner Zahlen

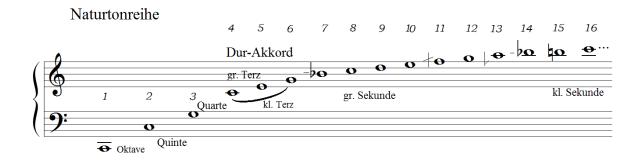
Wir erinnern uns, dass Cassiodorus Senator die Musik als "die Lehre von den kleinen beweglichen Zahlen" definierte. Aber schon gut tausend Jahre früher sah Pythagoras die Musik nicht aus willkürlichen Tonhöhen (und –dauern) gefügt, sondern aus Proportionen kleiner natürlicher Zahlen, wobei er dies am Monochord mit geometrischen Saitenteilungen demonstrierte. Und *nach* Cassiodor dauerte es weitere gut tausend Jahre, bis Gelehrte wie Marin Mersenne und Joseph Sauveur im Einzelton das Naturtonspektrum physikalisch aufschlüsselten; dabei stellten sie fest, dass dessen sich überlagernde Schwingungen grundsätzlich den Verhältnissen der natürlichen Zahlen untereinander entsprechen.

Wir wollen hier, entgegen der historischen Entwicklung, von dieser Analyse des musikalischen "Einzeltons" ausgehen. Damit wirken wir der Gefahr entgegen, gleich auf kulturell bedingte Muster und Bevorzugungen bestimmter Proportionen zu verfallen (wie sie z.B. Pythagoras mit seinen mathematischen Operationen für die 3(:2) bzw. die Quinte oder mit seiner Tetraktys für die 10 respektive das Dezimalsystem pflegte). Die Naturtonreihe ist damit verglichen von einer integren Unbestechlichkeit, da sie als solche keine Operationen durchführt, sondern einfach da ist, und zwar nach der unverbrüchlichen Reihe der natürlichen Zahlen. Es wird sich allerdings zeigen, dass die Musiktheorie, vor allem was die kleinsten Zahlenverhältnisse betrifft, bereits in der Antike in bemerkenswertem Ausmaß den erst 2000 Jahren später festgestellten physikalischen Verhältnissen der Naturtonreihe entspricht.

Die traditionelle Musiktheorie beruht auf einer ausgeklügelten Proportionslehre von Zahlen respektive Saitenlängen, die reziprok Schwingungen entsprechen. (Je länger die Saite, desto weniger Schwingungen in der Sekunde.) Lediglich aus Gründen der musikalisch-kompositorischen Praxis – etwa um in verschiedenste Tonarten modulieren zu können – wurden diese rationalen Verhältnisse während der frühen Neuzeit in diversen Kompromissvorschlägen mehr oder weniger modifiziert, "temperiert". Will man auf ein geschlossenes System hinaus, sind solche Modifikationen notwendig, mathematisch gesprochen: weil die Zahlen der 2er, 3er und 5er Potenzen nie zusammenfallen. Durchgesetzt hat sich seit dem 18. Jahrhundert die gleichstufig temperierte Stimmung, die die Oktave (2:1,

als einziges rationales Verhältnis) in 12 gleiche irrationale kleine Sekunden teilt, mathematisch: 12. Wurzel aus 2 (= 100 Cent). Behauptet hat sich dieser Kompromiss, weil dabei das wichtige und empfindliche Intervall der Quinte – mit 700 statt 702 Cent – fast rein erklingt, auf Kosten anderer Intervalle, vor allem der Terzen und Sexten. Selbstverständlich kann dieses künstliche System für eine Ontologie der Töne *nicht* taugen.

Wie die traditionelle Musiktheorie beruht die Physik der Naturtonreihe auf rationalen Proportionen, begrenzt diese aber nicht auf wenige Operationsfaktoren, sondern geht, wie die Reihe der natürlichen Zahlen, prinzipiell ins Unendliche. So erweist sich schon der einzelne "Ton" als eine große (wenn auch nur begrenzt hörbare) Vielfalt, akustisch gesprochen: als "Klang". Das heißt: Jeder musikalische Ton realisiert in unterschiedlicher Abstufung und Genauigkeit, eine Hierarchie von Teilschwingungen. Diese treten umso mehr hervor, je stärker die Saite bzw. die Luftsäule schwingt. Dabei verändern die unterschiedlich stark ausgeprägten Obertöne die Klangfarbe des Grundtons. Wichtiger ist aber, dass mit jedem weiteren Teilton, bezogen auf den voraufgehenden Teilton und auf alle tieferen Teiltöne, ständig neue Verhältnisse (in Bezug auf den Grundton und auf sämtliche anderen Teiltöne) entstehen, insbesondere bei Teilungen der Grundschwingung durch Primzahlen. Schon nach wenigen Schritten tendieren diese Proportionen zu einer kaum noch zu überschauenden Vielfalt möglicher Intervalle.



Die physikalische Grundlage dieser Klänge sind Schwingungen der Luft, die als "mechanische Schwingungen" klassifiziert werden. Da mechanische Schwingungen ein Medium benötigen, in dem sie schwingen, wirken sie für unsere Sinne konkreter, fühlbarer als elektromagnetische Schwingungen, die überhaupt erst seit dem 19. Jahrhundert bekannt sind. Gemeinsam ist allen Schwingungen die periodische Schwankung zwischen Extremwerten. Normalerweise werden mathematische Differenzialgleichungen dazu verwendet, physikalische Schwin-

gungen zu beschreiben. Aus meiner Sicht liegt aber, wie ich darzustellen versucht habe, der Zahlenwelt selbst eine "ontologische Schwingung" zugrunde, nämlich die Schwingung von Sein und Nicht-Sein. So ergibt sich über die Schwingung ein großer Zusammenhang von der Ontologie über die Mathematik, die Physik, die Physiologie bis zur psychischen Empfindung. In der Musik spiegelt sich das alles.

Faszinierend fand schon Pythagoras, dass die vielfältigen Intervallverhältnisse nicht nur in einer direkten Beziehung zur Reihe der natürlichen Zahlen stehen, sondern auch spezifische Charaktere empfinden lassen, die diesen Zahlen bzw. Zahlenverhältnissen entsprechen. Dadurch fangen die auf den ersten Blick gleichförmig-nichtssagenden Zahlen an zu sprechen, besser gesagt: zu klingen.

Wenn wir das Ohr bloß auf die Naturtonreihe eines einzelnen Tons richten, so wird schon in ihrem einen Klang die ganze Vielfalt erkennbar. Dabei wirkt der Grundton eines Teiltonspektrums in aller Regel als der "eigentliche Ton" des Klanges, zumal er fast immer der stärkste Teilton ist. Wie die 1 unter den natürlichen Zahlen herrscht der Grundton als "Gott" in der Welt seines Klanges. Die weiteren Obertöne sind nur sein "farbiger Abglanz", wie die Welt (mit Spinoza und Goethe zu sprechen) ein Abglanz Gottes genannt werden kann, und das in höchster Differenzierung und Individualisierung aller Komponenten.

Die Intervallcharaktere im Spiegel der Zahlen – und umgekehrt

Die ganzzahlige Teilung einer Grundschwingung, die in jedem natürlichen "Ton" oder Klang unwillkürlich geschieht, ebenso physiologisch in der Schnecke des Innenohrs (!), hat Pythagoras bereits vor zweieinhalbtausend Jahren in seinem intuitiven theoretischen Ansatz mit unterschiedlichen Saitenteilungen am Monochord exemplifiziert. Dabei erkannte er auch, dass die Teilungen ins Unendliche gehen und dass es zur Errichtung eines musikalischen Systems notwendig ist, sie strikt zu beschränken, um nicht in eine quasi chaotische Unübersichtlichkeit zu geraten. Er plädierte dafür, sich auf Intervallverhältnisse zu beschränken, die ausschließlich aus den Primzahlen 2 und 3 und deren Vielfachen gebildet werden. Später bezog man in Europa noch die 5 mit ein. (Leonhard Euler wollte außerdem die 7 ins System integrieren. Er argumentierte, mit der kleinen Septime, die sich seit der frühen Neuzeit aus einer reinen Quinte (3:2) und einer kleinen Terz (6:5) zusammensetzt (3/2 x 6/5 = 18:10 = 9:5), sei eigentlich die

Naturseptime 7:4 gemeint. Doch wollten ihm die Musiker darin nicht folgen, nicht zuletzt, weil diese Einbeziehung das Musiksystem durch zahlreiche neu zu kombinierende Intervallmöglichkeiten erheblich verkompliziert hätte. In altägyptischen und arabischen Tonsystemen (Maqam Hijaz) – nur in den Melodien, nicht als simultane Harmonien – gibt es allerdings durchaus 7er Rationen.)

Der 2. Teilton: die Oktave

Tatsächlich bringt jeder Schritt in neue Verhältnisse auch neue Toncharaktere hervor, die in vieler Hinsicht Analogien zu den entsprechenden Zahlencharakteren aufweisen und diese zugleich versinnlichen. Der erste Oberton bzw. zweite Teilton ist die Oktave des Grundtons. Sie ist quasi sein Spiegelbild und wird musikalisch (in allen Musikkulturen) unweigerlich als dessen Wiederkehr empfunden. Oktave heißt dieser Ton nur deshalb, weil er in den seit der Antike verbreiteten heptatonischen Skalen die achte Stufe ist - wenn man, nach antiker Zählweise, den Ausgangston mitzählt. Akustisch betrachtet hat dieser Ton bzw. dieses Intervall (im Verhältnis zum Ausgangston) viel weniger mit der 8 als mit der 2 zu tun (weil er doppelt so schnell schwingt bzw. der halben Saitenlänge entspricht). Letzteres gilt auch für die Tonempfindung, ist doch die Oktave / der zweite Teilton, wie kein anderes Intervall, mit dem Grundton selbst leicht zu verwechseln, sowohl physiologisch als auch psychologisch betrachtet. Wie die 2 die Verdopplung oder Bestätigung der 1 ist, so wirkt die Oktave wie der Widerhall des Grundtons. Sie ist einerseits ein neuer Ton, andererseits nichts Neues. Darum wird der Oktavton mit demselben Tonnamen belegt wie der Grundton und nur eine Modifikation angegeben, z.B. c' statt c. So ergeben die Halbierungen bzw. Verdopplungen auf der Basis 2, also die Potenzzahlen 4, 8, 16..., immer nur höhere Oktaven und keine qualitativ neuen Verhältnisse, musikalisch gesprochen: die Töne C, c, c', c", c".... Sie sind gewissermaßen eine leere Vorstrukturierung des (Klang-)Raumes.



Zwar unterscheidet sich die Doppeloktave 4:1 von der einfachen Oktave 2:1, aber nicht durch eine neue Tonqualität, sondern nur durch eine größere Weiträumigkeit derselben. Man kann hier eindrücklich das Ineinander von Unterscheidung und Identität erleben, das für den ganzen Zusammenhang der Wirklichkeit und ihre Emergenz von grundlegender Bedeutung zu sein scheint. Nur auf der Oberfläche der Wirklichkeit herrscht allenthalben ein eindeutiges Entweder-Oder; darunter liegt ein ambivalentes Sowohl-Als auch.⁴⁰

Der 3. Teilton: die Quinte

Anders als der 2. und der 4. Teilton bzw. die Oktave und Doppeloktave bringt der 3. Teilton eine neue Tonqualität hervor, von der 1 bzw. vom Grundton C aus gesehen g, die Duodezime 3:1, vom Oktavton 2 aus gesehen die Quinte 3:2. Insofern bestätigt sich, dass die 3 sozusagen eine "neuere", kompliziertere Zahl ist als die 4. Die Intervalle Duodezime oder Quinte haben zwar noch immer einen hohen Verschmelzungsgrad, sie lassen aber deutlich unterschiedliche Töne erkennen. (Was die symbolischen Anwendungen der 3 betrifft, so erscheinen aus akustischer Perspektive "egalitäre Trinitäten" fragwürdig; das Dritte ist eben nicht nur ein weiteres hinzugefügtes Eines, sondern eine neue Qualität.) Das gilt erst recht für ihre Potenzen 9, 27, 81..., die (mit der Basis 1 und 3) die Duodezim- bzw. Quintenreihe ergeben: C, g, d", a", e"", also stetig neue Töne und Intervallverhältnisse hervorbringen.



Duodezimschichtung

oktavreduziert zu Quinten

⁴⁰ Man kann durchaus eine Gefahr für die Denk- und Empfindungskultur darin sehen, dass der inzwischen allbeherrschende digitale Mechanismus dies grundsätzlich nicht berücksichtigt.

Die hohe Beliebtheit der Quinte in allen möglichen Musikkulturen resultiert aus eben dieser Gleichzeitigkeit, die eine identitätsstärkende Stabilität ausdrückt, so wie die 3 als Synthesezahl allgemein eine besondere Überzeugungskraft genießt (vom Märchen bis zur religiösen Trinitätslehre). Die 3 ist das Urbild der Einheit in der Vielheit, ebenso die Quinte.

Übrigens ist es nicht von Ungefähr, dass in klangfundierten Meditationen oder auch Musiktherapien das Intervall der Quinte (neben der Oktave) eine hervorragende Rolle spielt: Die Quinte ist nicht nur das Ausgangstor des Einen zum Vielen, sondern auch der Eingang des Vielen zum Einen; sie ist ein Medium der Sammlung, Konzentration, Stabilität und Klarheit.

Nicht nur für Pythagoras, auch für die ganze chinesische Musik und viele andere Musikkulturen ist die Quinte bzw. der Quintenzirkel das Grundmaß des Musiksystems. Sie bietet Orientierung für die Ordnung der Töne, von der Melodiebildung bis zu harmonischen Modulationen, und damit gleichzeitig für den Hörer. Viele einfache Kinderlieder verharren im Quintrahmen oder weichen nur einen Ton davon ab (siehe "Hänschen klein", "Kuckuck ruft's aus dem Wald", "Ein Vogel wollte Hochzeit machen", "Der Kuckuck und der Esel" etc.). Die früheste bekannte Mehrstimmigkeit im abendländischen Europa begann im 9. Jahrhundert mit dem Quint- und dem Quartorganum, einem gregorianischen Parallelgesang in Quint- oder Quartintervall.

Die Quarte (4:3) ist kein grundständiges Intervall, sondern ergibt sich komplementär als Rest zwischen der Quinte und der Oktave (2:3:4). Letztere ist eine Affirmation des Grundtons, so dass die beiden Töne des Quartintervalls keine grundlegend neue Tonqualität bringen. Allerdings ergibt sich im Vergleich zur grundständigen Quinte eine gewisse harmonische Instabilität dadurch, dass der Grundton oder Bezugspunkt nun nicht mehr unten liegt, sondern oben. Diese "Verkehrung" hat in der Kontrapunktlehre seit dem 15. Jahrhundert sogar dazu geführt, dass die Quarte (vom Bass aus gesehen) geradezu als Dissonanz galt, was angesichts ihres immer noch sehr einfachen Schwingungsverhältnisses nicht leicht nachzuvollziehen und eher als ein gewisser artifizieller Systemzwang zu erklären ist. Andererseits ist die Quarte in melodischer Hinsicht gerade wegen ihres oben liegenden Bezugstons als Auftakt in Volksliedern sehr beliebt und befestigend, so dass man sogar von der "Volkliedquarte" spricht (siehe z.B. "Auf, auf zum fröhlichen Jagen").

(Der Ausdruck "grundständiges Intervall" ist kein in der Musiktheorie etablierter Terminus. Wir wollen aber auch im Weiteren zum Verständnis der Naturtonintervalle daran festhalten und ihn von komplementären Intervallen unterscheiden. "Grundständig" nenne ich die Intervalle, die unmittelbar auf dem Grundton selbst (1) oder einer der Verdopplungen des Grundtons aufbauen, also auf einer 2er Potenz (2:1 // 3:2, 5:4, 9:8, 17:16 ...). – Der Begriff "Komplementärintervall" scheint mir im Blick auf die Naturtonintervalle in mehrfacher Hinsicht sinnvoll zu sein. In der musikalischen Praxis verwendet man den Begriff "Komplementärintervall" nur für ein Intervall, das ein anderes zur Oktave ergänzt. So ist dort nicht nur die Quarte das Komplementärintervall zur Quinte, sondern auch umgekehrt. Und das Komplementärintervall der großen Terz ist die kleine Sexte. Akustisch betrachtet liegt aber ein anderes Verständnis wenigstens genauso nahe, nämlich für solche Intervalle, die grundständige Intervalle bis zum nächsten Teilton ergänzen (z.B. 6:5 (über 4:5) oder 10:9 (über 9:8)). Und schließlich könnte man den Intervallrahmen auch generell als die beiden Nachbartöne jedes ungeradzahligen Teiltons ins Auge fassen. Diese ungeradzahligen Teiltöne sind es, die essentiell Neues in die Tonwelt einführen, "im Rahmen" zweier bereits bekannter geradzahliger Teiltöne:

```
2:3:4 c:g:c' Quinte + Quarte = Oktave

4:5:6 c':e':g' große Terz + kleine Terz = Quinte

6:7:8 g':-b':c'' kleinere kleine Terz + größere große Sekunde = Quarte

8:2:10 c'': d'': e'' größere große Sekunde + kleinere große Sek. = gr. Terz

10:11:12 e'':-fis'': g'' zwei noch kleinere große Sekunden = kleine Terz

etc.
```

Hier sind nur die ersten fünf Glieder der Reihe aufgeführt, von denen bereits das dritte und fünfte nicht in den Rahmen der (auf die Primfaktoren 2, 3 und 5 beschränkten) europäischen neuzeitlichen Musiktheorie passen, wohl aber alle in die ägyptisch-arabische, über Ptolemäus auch in das hellenistische System. Das jeweils untere Intervall der Triplets könnte man als "relativ grundständig", das jeweils obere als "komplementär dritter Art" bezeichnen.)

Der 5. Teilton: die große Terz

Die nächste neue Qualität bringt die 5 hervor, in engster Lage 5:4, die grundständige große Terz. Der Terzton unterscheidet sich in höherem Maße vom Grundton als der Quintton. Drückte dieser im Verhältnis zum Grundton Klarheit

und Festigkeit aus, so hat die Terz einen auffallend weichen Charakter; man könnte ihn auch als "süß" beschreiben. Solche Beschreibungen bleiben indes immer unzulänglich. Sie sind eigentlich zu konkret. Will man den Charakter einer Terz nicht nur annähernd erfassen, bleibt nichts anderes übrig, als sie schwingen zu hören anstatt sie mit Worten zu umschreiben. Die Musik spricht hier eine unmittelbarere und ganzheitlichere "Sprache" als die kategoriale Wortsprache. Dabei steht sie gleichzeitig der "Sprache der Zahlen" näher als jene. Das heißt in diesem Fall: Worte vermögen schlechter das Wesen der 5 zu treffen als dies das klingende Terzintervall vermag: 5:4 oder auch die Dezime 5:2 oder die oktavierte Dezime 5:1.

(Es ist terminologisch natürlich misslich, dass wir uns hier mittels der etablierten lateinischen Intervallnamen der Tonleiterstufen ausdrücken müssen. Wäre die Terminologie statt an der zu einer kleinschrittigen Tonleiter zusammengeschobenen Reihe an der Reihenfolge der Naturtöne entwickelt worden, würde eine Oktave sinnvollerweise Sekunde, eine Quinte Terz und eine Terz Quinte heißen, aber das würde jetzt zu einem babylonischen Durcheinander führen, so dass ich lieber darauf verzichte.)

Im Rahmen der (erweiterten) Quinte 6:4 fungiert die kleine Terz (6:5) als Komplementärintervall der großen Terz (5:4). Da die kleine Terz in diesem Sinne nichts Neues hervorbringt, erscheint sie gewissermaßen als Schatten der großen Terz, so wie die Quarte als Schatten der Quinte.

* * *

Exkurs: Verständnis des Moll

Dies widerspricht freilich einigermaßen der neuzeitlichen Dur-Moll-Theorie, wonach die große und die kleine Terz zwei grundlegend verschiedene Charaktere sind, ja geradezu gegensätzliche Emotionswelten evozieren. Als erster hat Gioseffo Zarlino in seinen *Istitutioni harmoniche* 1558 diese fundamentale Unterscheidung zwischen Dur und Moll festgestellt, je nachdem ob die akkordische Füllung der Quinte von unten nach oben mit einer großen oder kleinen Terz beginnt. Seine Unterscheidung "hart" (durus) und "weich" (mollis) entspricht allerdings noch nicht ganz der gemäß der späteren Affektenlehre (vor allem Spinozas) zugespitzten von "freudig" und "traurig". Die antagonistisch ausgeglichene Dur-Moll-Theorie geriet freilich mit der im 17. Jahrhundert erforschten

Naturtonreihe in Konflikt. Daraus erwuchs das bis heute nicht befriedigend gelöste Problem der Erklärung des Moll.

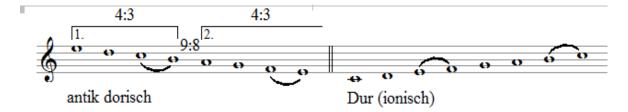
Grundsätzlich gab es zwei Erklärungsansätze, den "monistischen" und den "dualistischen". Der monistische Ansatz erklärt das Moll aus höheren Teiltönen derselben Naturtonreihe: Während sich der Dur-Akkord in engster Lage (c-e-g) in den Teiltönen 4, 5 und 6 findet, erscheint der Moll-Akkord in den Teiltönen 10, 12 und 15 (e-g-h). Die Erklärung hat zwei erhebliche Schönheitsfehler: Erstens werden hier Teiltöne übersprungen und zweitens hat der Mollakkord nicht denselben Basiston wie der Durakkord. Nach einem entsprechenden Akkord (c-esg) sucht man indes in der Naturtonreihe (auf C) vergebens (theoretisch bis in Ewigkeit, denn 5er Potenzen fallen nie mit 2er Potenzen zusammen; praktisch wäre 16:19:24 eine notdürftige Annäherung). – Eleganter erscheint da (auf den ersten Blick) die dualistische Moll-Erklärung, die der Dur-Obertonreihe eine spiegelbildliche Moll-Untertonreihe gegenüberstellt. Leider hat auch sie zwei gravierende Schönheitsfehler: Erstens erreicht man wiederum keinen c-Moll-Akkord, wenn man die Reihe von einem hohen c herabhängen lässt; dafür müsste ein hohes g der Ausgangspunkt sein. (Bei c ergibt sich zuerst der f-moll-Akkord.) Und zweitens ist die Untertonreihe lediglich eine mathematische Konstruktion ohne physikalische Realität; alle Klänge bauen sich akustisch von unten nach oben als Obertonreihe auf. Gleichwohl mag auch die dualistische Mollerklärung einiges für sich haben, jedenfalls wenn man sie in einem Kompromiss mit der monistischen vereinigt. Ich denke da an eine spiegelbildliche Zusammenstellung der Teiltöne 1, 3, 5 und 15. Sie ergeben einen aparten Mischklang: von unten C-Dur, von oben am h aufgehängtes e-Moll.



Wirklich gelöst ist damit das Mollproblem freilich nicht. Dass es überhaupt so hartnäckig theoretisch diskutiert wurde, liegt daran, dass man, wenigstens bis ins 18. Jahrhundert, von einem unbedingten Naturzusammenhang der Musik ausging, wohingegen sich seitdem das bloße Geschmacksurteil und der freie Konstruktivismus als Grundlage der Ästhetik behauptete. Gerade in Deutschland gab

es darüber in der ersten Hälfte des 18. Jahrhunderts einen erbitterten Streit, vor allem zwischen dem konservativen Erfurter Organisten Johann Heinrich Buttstett und dem modernen Hamburger Musikkritiker Johann Mattheson. Letztlich ging es dabei nicht nur um einen Streit über die Grundlagen der Musik, vielmehr der ganzen Weltanschauung. Dabei fasste Buttstett seine Überzeugung in dem lateinischen Titel seiner (1716 erschienenen) Kampfschrift zusammen: "Ut-Mi-Sol, Re-Fa-La tota musica et harmonia aeterna", will heißen: Dur (c-e-g) und Moll (d-f-a) sind die ganze Musik und ewige Harmonie. Was das Dur angeht, kann man ihm angesichts der Naturtonreihe kaum widersprechen. Aber wie steht es weiterhin mit Moll?

Die Musik ist kein lineares Naturprodukt, vielmehr, wie der Mensch selbst, ein "verzweigtes". Und der Mensch macht in seiner Musik nicht nur physikalische folgerichtige Anwendungen des Ausgangsmaterials, sondern auch mathematische und verknüpft alles (unbewusst) physiologisch (z.B. Rhythmus und Takt mit seiner Herzfrequenz etc.). Daraus ergeben sich wiederum psychische Bedürfnisse, die die Musik befriedigen soll. Tatsächlich ist in der Musik seit Pythagoras die mathematische Begründung der physikalischen vielfach vorangegangen. Letztere wurde erst im 17. Jahrhundert quasi nachgereicht. Und die möglichen mathematischen Operationen sind viel freier als die ein für alle Mal festliegende Naturtonreihe. (Man könnte auch hier wieder eine Analogie zu Spinozas natura naturans – oder auch dem Quantenpotential – sehen, die in der natura naturata physikalisch festgelegt oder "erstarrt" erscheint.) So ist es mathematisch gleichwertig, ob man die Proportion 4:5:6 von unten (Dur-Dreiklang) oder von oben (Moll-Dreiklang) klanglich realisiert. Es ist bemerkenswert, dass die Griechen ihr Tonsystem von oben nach unten dachten und dass ihre Haupttonart (antik) Dorisch – von e diatonisch abwärts – (die Platon im *Timaios* dem Demiurgen als Maßstab zur Bildung der Weltseele an die Hand gibt) ein exaktes Spiegelbild unseres neuzeitlichen Haupttongeschlechts Dur (ionisch) ist.



Wie aber reagiert die Psyche angesichts solcher Umkehrung? Platon nennt in der Politeia die dorische Tonart "kriegerisch-männlich", eine Charakterisierung die gut mit der von Dur harmonisiert. So gesehen scheint die menschliche Psyche sich eher an der mathematischen Gleichheit als an der physikalischen Verschiedenheit zu orientieren. Versuchen wir aber, diese Aussagen praktisch nachzuvollziehen, so ergibt sich ein ganz anderes Bild: Das, was die Antike als Dorisch bezeichnete, nannte man später (aufgrund eines Missverständnisses im frühen Mittelalter) Phrygisch und baute diese Tonleiter, wie jetzt alle, von unten nach oben auf. Dieses Phrygisch hat aber nicht nur, wie Moll, eine kleine Terz (e-g) und eine kleine Sexte (e-c'), sondern beginnt überdies auch noch mit einer kleinen Sekunde (e-f). Dadurch wirkt dieses Tongeschlecht für modernere Ohren noch gedrückter, matter oder trauriger als Moll, so dass Platons Charakterisierung im Sinne von kriegerisch-männlich emotional eigentlich gar nicht mehr nachvollzogen werden kann (es sei denn die Griechen hätten darunter etwas Düsteres verstanden, was aber wiederum abwegig ist). Das macht uns bewusst, wie relativ, volatil, abhängig von kulturellen Kontexten die Zuschreibungen unserer Psyche sind. Dass Dur kraftvoll-freudig und Moll weich-traurig sei, scheint mehr Ideologie als eine schlichte Tatsache zu sein.

* * *

Betrachten wir die kleine Terz (6:5) nicht in vergleichender Konkurrenz zur großen 5:4-Terz, nämlich als grundlegendes Charakterintervall des Moll-Tongeschlechts, sondern als Komplementärintervall der großen Terz im Rahmen der Quinte (4:5:6), so hat dieses Intervall eigentlich nichts Trauriges. Dies gilt besonders, wenn es von oben her erklingt, wie der Kuckucksruf. Noch deutlicher macht dies das fröhliche Kinderlied "Kuckuck ruft's aus dem Wald."



Das Lied ist im Wesentlichen eine Umspielung des Dur-Dreiklangs wobei aber nicht die große, sondern die kleine Terz herausgestellt wird. Gleichwohl ist wahr, dass die kleine Terz im Vergleich zur großen, ebenso wie die Quarte im Vergleich mit der Quinte, weniger stabil wirkt, da sie akustisch nicht auf dem Grundton (in unserm Beispiel c) aufliegt. Man könnte sagen: Sie ist *noch* weicher oder labiler als die große Terz.

Die Sekunden und Sexten – Vervielfachungen und Kombinationen

Wie ich schon sagte, beschränkte Pythagoras das Tonsystem auf die Tetraktys, die ersten vier Zahlen, substantiell auf die Primzahlen 2 und 3, Didymos oder auch das Musiksystem seit der frühen Neuzeit auf den Senarius 1-6, substantiell auf die Primzahlen 2, 3 und 5. Alle anderen Intervalle werden aus Vervielfachungen oder Kombinationen dieser Zahlen gewonnen. So lässt sich die große Terz 5:4 in zwei ungleiche große Sekunden aufteilen: 9:8 und 10:9. Auch hier ist abermals das untere Intervall 9:8, das auf einer Oktavierung des Grundtons aufliegt, das grundständige, während das obere 10:9 ein Komplementärintervall im Rahmen der großen Terz ist. (Um das System praktisch nicht zu kompliziert zu machen, hat man in der frühen Neuzeit die sogenannte "mitteltönige Stimmung" erfunden; dabei werden die beiden verschiedenen großen Sekunden in einem Kompromiss angeglichen.) Da die große Sekunde 9:8 aus einer Dreierpotenz im Verhältnis zu einer Zweierpotenz besteht, ist klar, dass sie die Eigenschaften ihrer Primfaktoren 3 und 2 fortführt. Man kann sie auch als oktavreduzierte doppelte Quinte beschreiben. So wird die große Sekunde als starker, normativer Schritt empfunden; sie ist das Grundintervall der Melodik und heißt im Altgriechischen τόνος, was einfach Laut bedeutet, zugleich aber Spannung. Auch harmonisch behält die große None 9:4 oder die Schichtung von Duodezim- oder Quintverhältnissen (1:3:9:27 bzw. 8:12:18:27, siehe oben Notenbeispiel) einen starken, klaren Charakter, auch wenn es sich ab dem dritten Akkordton um Dissonanzen handelt.

Die Fortführung des Teilungssystems, d.h. die Aufteilung von 9:8, ergäbe konsequenterweise die kleinen Sekunden 16:17:18. Da aber die Primzahl 17 weit über die kanonisierten Primzahlen 2, 3 (und 5) hinausgeht und nicht ins System aufgenommen wurde, hat man sich für die kleine Sekunde anderer Proportionen aus kombinierten Grundzahlen bedient, wie 16:15, 25:24, 27:25, 135:128. Diese sind indes hinsichtlich der Klang- wie der Zahlencharaktere schwer zu differenzieren und ihre proportionale Festlegung fast nur von musiktheoretischem Belang.

Halten wir daran fest, weiterhin diejenigen Intervalle der Naturtonreihe als "grundständig" zu bezeichnen, die auf einer der Oktaven des Grundtons aufbauen, anders gesagt: auf einer Verdopplung der 1, so gibt es noch zwei weitere grundständige Intervalle: die große Septime 15:8 und den Tritonus 45:32. Sowohl 15 als auch 45 sind Zahlen, die aus den Primfaktoren 3 und 5 zusammengesetzt sind; sie dissonieren scharf mit den Zweierpotenzen 8 bzw. 32 und werden entsprechend musikalisch für große Spannungen verwendet.

Anders steht es mit den Sexten, die einerseits nicht grundständig sind, andererseits als Schwingungsproportionen aus kleinen, nicht-zusammengesetzten Zahlen definiert sind. Sie sind ähnlich weich und instabil wie die kleine Terz. Die große Sexte 5:3 erscheint als Ausschnitt der Naturtonreihe in relativ tiefer Lage, aber unter Auslassung des Grundtons (4). Melodisch wirkt sie aufwärts wie ein Sprung vom Quint- auf den Terzton über dem übersprungenen Grundton, gewissermaßen wie eine übersteigerte Quarte; sie hat dadurch etwas jubelnd Exaltiertes. Die kleine Sexte 8:5 hängt in der Naturtonreihe zwar oben am Grundton, doch ist ihre Terzbasis sehr labil. Gleichwohl kann sie wie beide Terzen und die große Sexte als Ausschnitte des Dur-Komplexes des Naturtonklanges gehört werden. Melodisch hingegen wirkt sie aufwärts wie eine um eine kleine Sekunde schmerzlich übersteigerte Quinte. Entsprechend wurde sie musikrhetorisch oft als "Exclamatio", als Klage-Ausruf eingesetzt und interpretiert.

Der 7. und der 11. Teilton – das Inkommensurable

Wenn das abendländische Musiksystem die Proportionszahlen auf die Faktoren 2, 3 und 5 begrenzt, ist unter den ersten zehn Zahlen die 7 die einzige, die "nicht zu gebrauchen" ist. Der Musikgelehrte Andreas Werckmeister nennt darum um 1700 die übersprungene 7 eine "Ruhezahl" und sieht dafür einen Grund in der jüdisch-christlichen Tradition, die sich auf das erste Buch der Bibel, die *Genesis*, gründet, dass nämlich Gott "am siebten Tage ruhte". Tatsächlich beruht dies gewissermaßen auf einer "Ideologie", und Gott oder die Schöpfung ruht weder am siebten noch an irgendeinem anderen Tag (wie übrigens der Koran bemerkt). So bringt auch die Naturtonreihe unentwegt neue Töne hervor, mögen sie nun ins jeweilige kulturelle System passen oder nicht.

Die kleine Septime gilt als die schwächste Dissonanz – oktaverweitert wirken alle Dissonanzen natürlich noch schwächer – und ist in mancher Hinsicht ein

Verlegenheitsintervall. Soll man sie wie Pythagoras als $16:9 (= 2^4:3^2)$, d.h. als oktavbezogenes Komplementärintervall der großen Sekunde auffassen oder wie Didymos (etwas größer) als 9:5, d.h. als Zusammensetzung der Quinte 9:6 und der kleinen Terz 6:5, oder aber wie Euler (wesentlich kleiner) als 7:4? Letztere "Naturseptime" sprengt den Kanon des Senarius und damit tatsächlich unser traditionelles Tonsystem, klingt aber gleichwohl im Sinne der Naturtonreihe verschmelzender als die anderen beiden Varianten, begegnet auch in diversen fremden Musikkulturen und tritt im Klang der im späten 18. und frühen 19. Jahrhundert besonders beliebten Äolsharfe als charakteristischer Naturklang hervor. Während im neuzeitlichen europäischen Musiksystem Konsonanzen und Dissonanzen antagonistisch geschieden sind und die Septime zu Letzteren gehört (und aufgelöst werden soll), steht die Naturseptime auf der Grenze zwischen Konsonanz und Dissonanz und macht damit den eigentlich fließenden Übergang deutlich. Damit zerbricht sie aber die antagonistische Spannung-Entspannungs-Ästhetik, aus der die abendländische Musik ihre Dynamik gewinnt zugunsten einer eher statischen Gesamtklanglichkeit (wie sie etwa die indische Musik charakterisiert), in der alle Spannungen über dem Grundton (1) prinzipiell miteinander harmonieren. Ein zusätzlicher Teilton im Naturtonspektrum macht dieses eher reicher als dissonanter. Gleichwohl haftet der Naturseptime die Aura des Inkommensurablen an.

Nur notfalls kann der 7. Teilton, kann die Naturseptime im traditionellen abendländischen Tonsystem noch als eine zu tief intonierte kleine Septime "zurechtgehört" werden. (Deshalb war sie für Euler und einige andere Innovatoren überhaupt diskutabel.) Das geht beim nächsten primzahligen Ton, dem 11. Teilton, gar nicht mehr. Vom 8. Teilton aus betrachtet liegt er mit 551 Cent mitten zwischen der Quarte (498) und dem Tritonus (590); vom 9. aus betrachtet entspricht er der "neutralen Terz", die zwischen der kleinen und großen Terz liegt. Ein solcher Klang hat für die meisten europäischen Ohren etwas Grauenhaftes, nicht so sehr, weil er so eine schrille Reibung verursachte – das ist bei der gewöhnlichen kleinen Sekunde (16:15) weit mehr der Fall -, sondern weil er alle tonale Orientierung aufhebt und direkt ins Chaos zu steuern scheint. Ähnliches gilt für den 13. Teilton, der (bei 841 Cent) zwischen der kleinen und der großen Sexte liegt. Noch weiter entfernen sich Töne, die höheren Primzahlen entsprechen, von der Ordnung unseres Systems, auch wenn sie in praktischer Hinsicht mitunter nahe bei bekannten Intervallen liegen, wie z.B. der 17. (mit 105 Cent über dem 16.) nahe bei der kleinen Sekunde oder der 19. (mit 298 Cent) nahe bei der kleinen

Terz, und leicht mit diesen verwechselt werden können. Das Ohr wird bei diesen relativ komplizierten Intervallen immer ungenauer, während es einfache Intervalle sehr genau erfassen kann.

Was ist nun der Ertrag unserer Analyse der Naturtonverhältnisse? Zum Einen bestätigt sich die alte pythagoreische These, dass die musikalischen Intervalle umso dissonanter, "auseinanderklingender" werden, je weiter sie sich von der Unität (1:1) entfernen und auch, dass sich dabei ihr "Charakter" bzw. unsere Empfindung verändert, insbesondere bei steigenden Primzahlen. Zum Anderen lässt sich dieser Charakter, obwohl er weitgehend intersubjektiv ähnlich empfunden wird, nur schwer in Worte fassen, weil Worte dafür zu konkret sind. Eher lässt sich die generelle Tendenz vom Stabilen, Klaren zum Instabilen, Weichen bis zum Diffusen und Spannungsreichen bemerken.

Seit der Spätrenaissance bildete sich eine Art musikalischer Affektenlehre und Rhetorik heraus, die dazu tendierte, bestimmte Intervalle affektmäßig festzulegen, so die große Terz für Freude, die kleine für Trauer, die kleine Sexte für Klage, den Tritonus für Verzweiflung. Athanasius Kircher nannte 1650 die kleine Sekunde die "Seele der Musik", weil sie über den jeweiligen Affekt entscheide. Im späteren 18. Jahrhundert hat man von diesen zugespitzten Festlegungen wieder Abstand genommen. Zunächst leugnete man die Objektivität der Affektfiguren und sah sie als subjektiv an. Schließlich wandten die deutschen Romantiker sich (fast) ganz davon ab, indem sie die bisherige empfindsame Auffassung der Musik als "langage du coeur" (Rousseau) nun lieber als "Sprache des Absoluten" verstanden. Anders als die barocken Rhetoriker oder "realistische" Komponisten wie Hector Berlioz oder Richard Strauss hatten die meisten (deutschen) Romantiker einen regelrechten Widerwillen gegen das eindeutig Festgelegte, vor allem in der Großform der "Programmusik". E.T.A. Hoffmann befand, man solle entsprechende konkretisierende Machwerke "als lächerliche Verirrungen, mit gänzlichem Vergessen bestrafen".⁴¹ Robert Schumann suchte immerfort nach dem poetisch "Ahndungsvollen", nicht nach konkretisierenden Darstellungen. Und noch Gustav Mahler wandte sich gegen inhaltliche Festlegungen, als er bekannte: "Meine Musik bedeutet die ganze Welt." Mit dieser "ganzen Welt" war nicht etwa nur "meine Welt", die Welt des Gustav Mahler, gemeint (wie in der Sinfonia domestica eines Richard Strauss), sondern tatsächlich "die ganze

⁴¹ Besprechung der 5. Symphonie c von Ludwig van Beethoven, in: Allgemeine musikalische Zeitung, Bd. 12 (1810).

Welt". Diese Allgemeinheit erinnert an die der Mathematik, die (vollendet gedacht) die Formen der ganzen Welt enthält, ist aber zugleich viel weniger abstrakt, viel sinnlicher und seelischer, so dass man sie fast greifen könnte – aber hinwieder nur fast.

Was hier für ein Musikwerk als Ganzes, eine Symphonie gesagt ist, gilt im Prinzip ebenso oder erst recht für seine Bausteine, die Intervalle. Dass aber die Musik, wie Eduard Hanslick um 1850 meinte, nicht mehr sei als "tönend bewegte Form", war freilich eine formalistische Extremposition, selbst für einzelne Intervalle. Das Wahre dürfte dazwischen liegen: Intervalle entsprechen nicht genauen konkreten Affekten, wohl aber gewissermaßen "Protoaffekten", aus denen sich leicht konkrete Affekte verdichten. Damit können die musikalischen Intervalle ein Zwischending oder eine Brücke zwischen der ungegenständlichen Welt der Zahlen(schwingungen) und der konkreteren Welt des Hörbaren und Empfindbaren sein. Das Materielle der (akustisch erklingenden) Musik ist nichts weiter als Luft. Diese begegnet uns in der Musik aber in Form von regelmäßigen Schallwellen, aus denen Töne, Intervalle und alle möglichen klanglichen Verhältnisse gebildet werden. Diese wiederum haben bestimmte, wenn auch nicht gerade konkrete Charakteristika. (Die musikalische Figurenlehre und erst recht die Programmusik übertreiben hier. - Ich komme auf das Thema weiter unten noch mal zu sprechen.) Über diese Charakteristika, die man Protoaffekte nennen mag, ist die Musik in der Lage, uns psychisch "anzusprechen". Dazu ist freilich auch nötig, dass wir annähernd aus "demselben Stoff" wie sie gewirkt, somit resonanzfähig sind. Einen regelrechten Bruch dazwischen erkenne ich nicht, da schon die Zahlen – im Verhältnis zum Einen – zu gewissen (noch allgemeineren) Charakteren vorformiert sind und die Intervalle der Naturtonreihe diese weiter ausprägen.

Die Musik als proportionales Gefüge

Was die Musik insgesamt betrifft, so war hier immer nur von (proportional bestimmten) Intervallen die Rede. Natürlich besteht Musik aus viel mehr, ganz fundamental auch aus Rhythmus. Im Weiteren spielen Parameter wie Lautstärke, Tempo, Klangfarbe, Artikulation und schließlich die ganze formale Anlage einer Komposition eine Rolle. Diese Großform weist wiederum, wie die simultanen und sukzessiven, also harmonischen und melodischen Intervalle, oft be-

stimmte ganzzahlige Proportionen auf. Erst recht gilt dies aber für den individuellen Rhythmus und den generellen Takt einer Komposition, die in der Regel sehr einfach in Zahlen zu übersetzen sind, die untereinander in einem rationalen Verhältnis stehen. Dabei beschränkt sich die europäische Musik weitgehend auf 2er und 3er Verhältnisse einschließlich deren Vielfachen und Kombinationen (wie z.B. im ¹²/₈-Takt).

Solche Proportionen bewirken Resonanzen, ähnlich den sich überlagernden Schwingungen von Obertönen. Die regelmäßig wiederkehrenden Einheiten des Taktes könnte man außerdem als Resonanzräume des Rhythmus betrachten, wie die Harmonien als Resonanzräume der Melodie. Alle diese Resonanzen wirken umso stärker, je einfacher sie sind. (Carl Orff machte die bemerkenswerte Beobachtung, dass eine Musik generell umso stärker wirke je einfacher, und nicht je komplizierter sie ist – und zog daraus als Komponist entsprechende Konsequenzen.) Aber auch kompliziertere Proportionen bewirken eine gewisse Resonanz.

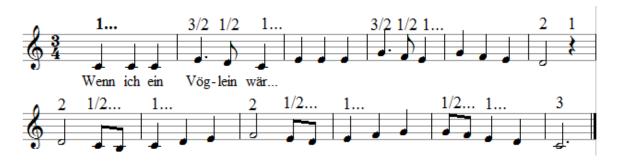
Die Verbindung von Rhythmus und Takt zu Zahlen bzw. Proportionen ist eigentlich viel offensichtlicher als im Fall der Tonhöhen, sind doch schon die Bezeichnungen der Notenwerte (Halbe, Viertel, Achtel...) und der Takte (3/4, 6/8...) rationale Proportionen. Die deutschen Bezeichnungen der Notenwerte sind allerdings erst wenige Jahrhunderte alt. Ursprünglich, d.h. seit Erfindung der Mensuralnotation im 13. Jahrhundert durch Franco von Köln unterschied man lange und kurze Notenwerte, "Longa" und "Brevis". Diese waren aber ebenfalls rational-proportional aufeinander bezogen, und zwar entweder durch Halbierung oder durch Drittelung. Letztere war anfangs sogar wichtiger als die Halbierung, bevor diese sich um 1600 als Norm durchsetzte und damit das ganze mensurale Notensystem wesentlich vereinfachte.

Im Laufe der Jahrhunderte verschob sich die Schlageinheit immer mehr in Richtung auf neu erfundene Unterteilungen, also auf kleinere Notenwerte (ohne dass sich dadurch das Tempo der Musik wesentlich verschnellert hätte). So wurde die Brevis zunächst in Semibreven ("Halbkurze") unterteilt; auf die Semibrevis folgte die Minima ("Kürzeste"), auf diese die Semiminima, darauf die Fusa (Stäubchen") bis hin zur Semifusa. Diese entspricht (auch in der Schreibweise) der heutigen Sechzehntel (was bei mittlerem Tempo gar nicht so atomistisch kurz ist).

In der italienischen, weitgehend auch in der englischen Musikterminologie haben sich die Begriffe der alten Mensuralnotation für die Notenwerte bis heute erhalten. Im Deutschen hat man, während die Schlageinheit auf Halbe, Viertel oder gar Achtel verschoben wurde, die Semibrevis, die ehemalige Halbkurze, nun als "Ganze" erklärt. ⁴² In der deutschen Terminologie ist so der mathematisch-proportionale Aspekt der Rhythmik auf den ersten Blick noch offensichtlicher geworden als in der alten lateinischen. ⁴³

Man kann sich vor dem Hintergrund unserer Betrachtung der auf der 1 aufbauenden Naturtonreihe nun fragen, welcher Wert in diesem rhythmischen Notensystem der 1 entspricht. In Frage kommt entweder die Schlageinheit oder die Takteinheit. Für letztere spricht, dass die Rhythmen (in aller Regel) kleinere Notenwerte haben als der ganze Takt, so wie bei Obertönen eine Saite in rationalen Teilungen schwingt. Allerdings funktioniert das mit der neuen Terminologie nur, wenn die Takteinheit mit der Ganzen Note übereinstimmt, wie im (häufigen) 4/4- oder im 2/2-Takt. Hier herrscht eine Kongruenz, eine Einheit von Notenwert- und Takterminologie: Die Viertelnote z.B. entspricht dann tatsächlich einem Viertel des Taktes. Dies ist aber in einem ¾-Takt (und vielen anderen Taktarten) durchaus nicht der Fall; hier müsste dieselbe Note, von der Einheit des Taktes aus gesehen, eigentlich Drittelnote heißen. Außerdem ist nicht jede Musik taktgebunden, nicht nur viele neue Musik nicht, auch nicht die klassische Vokalpolyphonie der Renaissance.

Definieren wir lieber die Schlageinheit, die Zählzeit, als 1. Wir begegnen dann sowohl Vervielfachungen (ganzen Zahlen) als auch Teilungen (Brüchen), bei punktierten Noten auch rationalen Zwischenstufen.



⁴² In seltenen Fällen kommen dadurch freilich paradoxerweise auch mal "Doppelganze" vor.

⁴³ Etwas inkonsequent ist die Vermischung der mathematischen Ausdrucksweise mit dem graphischen Ausdruck "punktierte Note". Solche Notenwerte müssten eigentlich Dreiviertel-, Dreiachtel-, Dreisechzehntelnoten heißen, "doppeltpunktierte" Noten eigentlich Siebenachtelbzw. Siebensechzehntelnoten.

Die zahlische Analyse lässt sich natürlich nicht nur auf einzelne Notenwerte anwenden, sondern auch auf Phrase, Perioden und die Form ganzer Sätze und Satzfolgen, die "Großform". Im Fall unseres Liedchens entspricht sie nicht auf allen Ebenen dem einfachsten Fall der Strukturierung in Zweierpotenzen. Vielmehr setzt sich das Lied – wie man auch ohne Notenkenntnisse unschwer erkennen kann – aus 2x6 Takteinheiten zusammen, die sich ihrerseits in 3 zweitaktige Phrasen oder Motive gliedern.

Der Grund, warum Rhythmus und Takt hier nicht von vornherein einbezogen wurden, liegt darin, dass es für sie keine objektive mathemathisch-physikalische Voraussetzung (wie die Naturtonreihe) gibt, die in unserem Sinn als ontologische Brücke dienen könnte. Zwar wimmelt es in der Natur von allen möglichen Rhythmen, doch folgen diese nur vereinzelt einem übergreifenden rationalen Gesetz wie die Töne in der Naturtonreihe. Es handelt sich eher um sehr langjährig eingespielte aber im Wesentlichen rational inkompatible Rhythmen, wie etwa den Tages- Monats- und Jahresrhythmus (bzw. Erd-, Mond- und Sonnenrhythmus), die keinen exakten gemeinsamen Teiler bzw. kein kleinstes gemeinsames Vielfaches haben. Andererseits kann die Naturtonreihe mit ihren Verhältnissen in gewissem Sinn auch als Maß des Rhythmus gelten, zumal Tonschwingungen und rhythmische Impulse ineinander übergehen. Sinken die Schwingungen unter 16 Hz in den Infraschallbereich, hört das Ohr sie als Impulse, als "Schläge". Allerdings sind diese nicht zu einer Hierarchie von Schwingungsteilen formiert, wie die Naturtöne in der Einheit des "Klangs". Kurz: Was es in der Musik außer den rationalen Schwingungen der harmonischen und melodischen Intervalle noch an Proportionen gibt, scheint in Analogien von diesen konstruktiv abgeleitet oder quasi mathematisch frei "erfunden" zu sein. Dass solche Erfindungen ganz ähnlichen Gesetzmäßigkeiten folgen wie die Physik der Naturtonreihe, muss einen angesichts der Einheit der Wirklichkeit, die sich im Gesetz der Einheit der natürlichen Zahlenreihe ausdrückt, nicht wundern.

Man könnte sich nun fragen, ob mit den rhythmischen Proportionen ähnliche qualitativ-psychische Wirkungen verbunden sind wie mit den entsprechenden der Tonhöhenintervallen. In der neuzeitlichen Musikkultur Europas, die in rhythmischer Hinsicht simpler ist als in melodischer und harmonischer, scheinen diese Wirkungen nicht stark ausgeprägt zu sein. Gleichwohl ist festzustellen, dass etwa der punktierte (oder doppelt punktierte) Rhythmus in der Französischen Ouvertüre einen forciert pathetischen, "höfischen" Charakter hat und dass

jedenfalls dreiteilige Rhythmen bzw. Takte eine wesentlich andere Wirkung hervorrufen als zweiteilige.

Es hatte philosophische und theologische Gründe, warum bei der Erfindung der Mensuralnotation im hohen Mittelalter die Dreizeitigkeit (tempus perfectum) der Zweizeitigkeit (tempus imperfectum) vorgezogen wurde: 1. lehrte die aristotelische Logik, dass jedes vollständige Ding einen Anfang, eine Mitte und ein Ende habe, 2. entsprach die Dreizeitigkeit dem Dogma der göttlichen Trinität. Trotzdem setzte sich im Laufe der Jahrhunderte die Zweizeitigkeit als die "natürlichere", einfachere Norm durch. Tatsächlich ist die proportio dupla (2:1) einfacher als die proportio tripla (3:1) oder proportio sesquialtera (3:2, Veranderthalbfachung), die auf der Dreiteilung beruhen. Und dies ist nicht nur ein rationaler Gedanke, sondern wird auch emotional empfunden. Zweizeitige oder "gerade" Takte wirken klar und fest. Besonders ausgeprägt ist das bei dem während der Spätrenaissance (und auch wieder bei Franz Schubert) besonders beliebten "Canzonenrhythmus": lang-kurz-kurz (2:1:1). Demgegenüber wirken dreizeitige Takte etwas umständlicher, verdrehter, oft tänzerisch, besonders im punktierten Siciliano-Rhythmus (wie im zweiten und vierten Takt von "Wenn ich ein Vöglein wär"). – Bei fünfzeitigen Takten wäre die Wirkung noch "vertrackter"; doch sieht sich das europäische Rhythmusgefühl damit, wie gesagt, meist schon überfordert, im Unterschied zu vieler afrikanischer und asiatischer Musik. Die traditionelle chinesische Musik allerdings kennt fast nur die ordentliche Zweizeitigkeit und ist in dieser Hinsicht noch einfacher als die europäische.⁴⁴

Übrigens hatten in der europäischen Musik bis zum 17. Jahrhundert nicht nur Rhythmus und Takt eine exakte rationale Struktur, sondern auch das mit ihnen verkoppelte Tempo. Dabei orientierte sich das Tempo am Grundmaß des Tempo ordinario, das dem Herzrhythmus entsprach. Die Mensur-, später Taktzeichen waren darauf proportional bezogen, wobei man sich oft keineswegs auf einfache Proportionen, wie die proportio dupla ²/₁. oder die proportio tripla ³/₁ beschränkte;⁴⁵ es gab auch Tempoverhältnisse wie die proportio sesquiquarta ⁵/₄ etc.. Die

⁴⁴ Dies hat übrigens nicht zuletzt ideologische Gründe: Das urchinesische Konzept des Yin und Yang versteht die ganze Wirklichkeit unter dem Aspekt dieses Zweierrhythmus; siehe dazu Marcel Granet, *Das chinesische Denken*, weiter unten.

⁴⁵ Seit dem Mittelalter waren dafür nicht nur Brüche (ohne Bruchstrich), sondern auch bestimmte Symbole in Gebrauch, die sich zum Teil bis heute erhalten haben, wie der Halbkreis C für das tempus imperfectum (Zweier- oder Vierertakt). Für die proportio dupla, also die Verdopplung des Tempos bzw. der Schlageinheit (ursprünglich alla breve statt alla semibreve) stand der durchstrichene Halb-

Kompliziertheit der Takt-Tempo-Verhältnisse führte allerdings im 17. Jahrhundert zu deren weitgehender Entkoppelung. So schreibt Andreas Werckmeister am Ende rückblickend, "daß derselben proportion über 80.ley Arth sind gezehlet worden / und weil sie ganz unmüglich / sind sie endlich abgeschaffet". ⁴⁶ An ihre Stelle traten sprachliche Tempobezeichnungen wie *Allegro* oder *Adagio*, deren Auffassung immer vager, irrationaler wurde, bis Johann Nepomuk Mälzel um 1813 das Metronom erfand. ⁴⁷ Mit seiner Hilfe war eine neue Rationalisierung des Tempos möglich. Bemerkenswerterweise wurden dabei immer noch Tempi bevorzugt, deren Schläge (in der Minute) in einem proportionalen Verhältnis untereinander stehen, so 60, 72, 96, 120 oder 144.

Insgesamt erscheint der Parameterkomplex Rhythmus-Takt-Tempo, jedenfalls aus europäischer Perspektive, zwar etwas weniger differenziert entwickelt als der harmonisch-melodische der Intervallproportionen, er ist aber weitgehend ähnlich proportional strukturiert und konstitutiv für die Form und die Wirkung einer Musik. Gleichwohl kommt in diesen Parametern mehr als das Moment der proportionalen Ordnung das der Bewegung zum Tragen. Bewegungen spielen zwar auch schon in den Intervallen, sogar im Einzelton qua Schwingungen eine fundamentale Rolle, doch sind sie dort ganz regelmäßig und so mikroskopisch klein bzw. schnell, dass sie kaum als solche wahrgenommen werden. Die rhythmische Bewegung ist hingegen makroskopisch und sowohl physiologisch als auch kognitiv leicht wahrnehmbar, vor allem wenn sie spannungsreich ist. Hier wird deutlich, dass Musik nicht nur aus statischen Ordnungsstrukturen besteht, sondern dass es in ihr wesentlich auf die bewegten Verhältnisse zwischen diesen Strukturen ankommt. (Von hier aus lassen sich zahlreiche Analogien mit konkreteren Wirklichkeitsverhältnissen beobachten, z. B. mit der Genetik, in der ebenfalls nicht allein die Gene als solche von Relevanz sind, sondern ganz wesentlich auch deren Interaktion, bis hin zur Epigenetik etc..) Darin scheint sich letztlich die Urbewegtheit des Einen als Schwingung von Sein und Nicht-Sein zu spiegeln, wobei aber Ordnung und Bewegung zusammenfallen.

kreis C.

⁴⁶ Musicae mathematicae hodegus curiosus..., Frankfurt-Leipzig 1687, S. 132.

⁴⁷ Vgl. Irmgard Herrmann-Bengen, *Tempobezeichnungen. Ursprung, Wandel im 17. Und 18. Jahrhundert* (= Münchner Veröffentlichungen zur Musikgeschichte 1), Tutzing 1959 sowie Peter Tenhaef, *Studien zur Vortragsbezeichnung in der Musik des 19. Jahrhunderts*, Diss. Münster 1982, Kassel 1983.

Mit dem Rhythmus tritt die Dimension der Zeit hervor, während nicht-rhythmisierte Musik, etwa der vormensurale gregorianische Choral, die Aura des Meditativ-Zeitlosen, ja "Pneumatischen" hat. Und die rhythmisch gestaltete Bewegung in der Zeit dominiert oft die Wirkung einer Musik. Gerade in der klassischen europäischen Musik spielen eben nicht nur die quasi mathematisch definierten Elemente eine große Rolle, sondern die rastlose Bewegung, in der diese Elemente aufeinander Bezug nehmen. (Als ein Gipfelpunkt dieser Dynamisierung gilt die Musik Ludwig van Beethovens.) Andererseits kann es kein reines Fluidum geben, wie sich auch in der Natur Materie und Energie in Schwingungen oder Quanten formieren, letztlich nach dem Vorbild der natürlichen Zahlen als primärer Formierung des Einen. So ist auch die zeitliche Struktur der Musik regulär in gleiche Takte und proportionale Rhythmen formiert, auch wenn diese in Motiven und Themen melodisch und harmonisch weiter verflochten und bewegt werden. Deshalb ist das Zahlhafte auch in der höheren Formbildung des Musikverlaufs meist deutlich zu erkennen.

Im Allgemeinen spielen die Zahlen 2 und 3 in der Bildung kleiner und großer Formstrukturen eine herausragende Rolle: Simple Wiederholungen entsprechen sowohl der Zahl 1 als auch 2, insofern sie das selbe ein zweites Mal sagen, transponierte Wiederholungen (Sequenzen) jedenfalls der 2. Häufig begegnet man Kombinationen von 2er und 3er-Strukturen, etwa in der seit dem Mittelalter geläufigen "Barform" (Stollen – Stollen – Abgesang): A A B oder auch A A' Ba. (So kann man auch die Form von "Wenn ich ein Vöglein wär" als doppelte Barform beschreiben: A A' B / C C' B'. Das vorher zitierte Lied "Kuckuck ruft's aus dem Wald" ist dagegen im Großen klar dreiteilig: A B A, wobei die drei Teile motivisch jeweils in zwei Hälften gegliedert sind, genauer gesagt: der A-Teil in zwei minimale Stollen und einen gleich langen Abgesang: xxy, der B-Teil in zz'.)

Wie zuerst René Descartes herausgestellt hat (*Musicae compendium*, 1618/1650), ist die einfachste, "natürlichste" Gliederung einer Komposition die in Zweierpotenzen, etwa zweitaktige Phrasen, die sich zu viertaktigen Perioden zusammenschließen etc. Sie spielte zunächst vor allem in der Tanzmusik eine dominante Rolle, da diese in ihrer Schrittordnung auf Voraussehbarkeit angewiesen ist, dehnte sich seit dem 17. Jahrhundert als "Normalfall" aber fast auf die ganze europäische Musik aus, die dadurch generell einen quasi "quadrierten" Rahmen bekam (und von Hörern anderer Musikkulturen oft als "marschmäßig"

empfunden wird). Auch wenn die allermeisten Kompositionen der Kunstmusik davon mehr oder weniger abweichen, bleibt die Quadratur der Periodik doch sehr lange als Orientierung relevant, in der Unterhaltungsmusik ohnehin.

Auch in größeren formalen Zusammenhängen spielt die 2 und dann auch die 3 und die 4 eine maßgebliche Rolle. So bestehen die allermeisten barocken Tänze aus zwei Teilen mit einheitlicher Motivik, wobei beide Teile wiederholt werden: A A / A' A'. Oft sind die Teile 8 oder 16 Takte lang. Ein Menuett wird regulär mit einem zweiten Menuett gleicher Form ("Trio") verknüpft, wonach das erste Menuett ohne interne Wiederholungen noch mal gespielt wird; hier handelt es sich also um eine Verknüpfung von Zweier- und Dreierformen. Dies gilt gewissermaßen auch für die seit der Wiener Klassik so wichtige Sonatenhauptsatzform; sie ging aus der zweiteiligen barocken Tanzform hervor, doch wurde nun der Anfang des zweiten Teils thematisch und modulatorisch so ausgedehnt, dass er sich zu einem eigenen Teil entwickelte, der Durchführung (nach der Exposition und vor der Reprise).

Übrigens muss die Komplizierung der Form nicht unbedingt zu einer Vermehrung der Themen führen. So hat sich die monothematische Fuge des Spätbarock aus dem Ricercar entwickelt, das in der Regel mehrere Soggetti sukzessiv durchführte. Und Beethovens klassische Sonatenhauptsatzform beschränkt sich regulär auf zwei antagonistische Themen, während Mozart oft noch mehrere Themen verwendete. So ist hier ist eine Tendenz zur Verdichtung wahrzunehmen.

Mehrsätzige Musikwerke sind gelegentlich zweiteilig (z.B. Präludium - Fuge), häufiger dreiteilig (viele Ouvertüren und vor allem Konzerte: Schnell-Langsam-Schnell), oft aber vierteilig (barocke Kirchensonaten: Langsam-Schnell-Langsam-Schnell, Suiten, die sich auf die Kernsätze Allemande, Courante, Sarabande und Gigue beschränken, viele Sonaten, vor allem aber Symphonien). Hier wirkt sich offenbar der Charakter der 4 als Ordnungszahl aus; als doppelte Verdopplung der 1 hält die 4 die Vielheit zur Einheit zusammen. Die 3 kann eine ähnliche Wirkung durch Achsensymmetrie oder Rekurs auf die 1 haben, während die 2 allenfalls ein Gleichgewicht des Verschiedenen herstellen kann.

Formen, die mehr als viersätzig sind, wirken irregulär, lockerer, z.B. viele größere Suiten oder Divertimenti. Das gilt auch schon für die Mehrteiligkeit innerhalb eines Satzes, etwa das Rondo ABACA, erst recht das längere Kettenrondo oder das Sonatenrondo ABACABA. – Ich habe hier nur einige lapidare Form-

möglichkeiten der abendländischen Musikgeschichte des 17. bis 19. Jahrhunderts skizziert; sie lassen sich aber auch in anderen Epochen und Musikkulturen prinzipiell wiederfinden und mit einfachen Zahlen assoziieren.

Selbstverständlich lebt die Musik aber nicht nur von klaren Proportionen auf der Grundlage einfacher natürlicher Zahlen, sondern auch von irrationalen Modifikationen, Verzerrungen etc., die z.B. im Jazz von besonderem Reiz sind. Gleichwohl bleiben solche Verzerrungen auch in freier Improvisation auf rationale Maße bezogen, ohne die alles nichts als ein beliebiges Chaos wäre. Dies gilt sowohl in rhythmischer Hinsicht – Agogik – als auch hinsichtlich der Tonhöhenmodifikationen – blue notes. (Daraus, dass dem Publikum heute viele Musik chaotisch vorkommt, ist zu folgern, dass es mit der Komplexität derartiger Musik überfordert ist oder dass diese tatsächlich zu weit gespannt oder brüchig ist.)

Aus den variativ dynamisierten, man könnte auch sagen: vitalisierten rationalen Proportionen sowie weiteren schwerer zu rationalisierenden Modifikationen, wie Lautstärke, Klangfarbe und Artikulation⁴⁸ (die zunehmend an Bedeutung gewannen), entwickelt der Komponist, mehr oder weniger bewusst, ein komplexes Gefüge. Es umfasst immer sowohl subjektive als auch objektive Momente, aber in den verschiedenen Epochen und Personalstilen in unterschiedlichem Maß. Kein Wunder, wenn angesichts der Komplexität solcher Gefüge das Ganze einer Musik etwas "Mysteriöses" hat. Dies gilt auch, ja vielleicht besonders, wenn die Komposition hochgradig rational daherkommt, wie etwa im Fall der Musik Johann Sebastian Bachs oder scheinbar einfach und "natürlich", wie oft bei Wolfgang Amadeus Mozart, oder beides zusammen, wie bei Arvo Pärt. Vielleicht ist das so, weil Musik, wie keine andere Kunst, etwas von einer Beschwörung der Einheit hat. Und das betrifft nicht nur die ganzen Kompositionen, sondern auch deren Bestandteile, zumal wenn diese, wie bei Pärt, demonstrativ herausgestellt werden; auch sie haben schon etwas Unergründliches (im Fall von Unterhaltungsmusik oft nur sie). Wer kann schon hinreichend sagen, was eine Quinte ausmacht? So behält die Musik, auch für den Komponisten selbst, immer ein Moment des unerwarteten Offenbarens von etwas Dahinterliegendem, Transzendenten, mit den Beethoven zugeschriebenen Worten: "Musik ist höhere Offenbarung als alle Weisheit und Philosophie."

⁴⁸ Auch diese Parameter haben mit der Tonhöhe und Tondauer die Schwingungswirklichkeit gemein. Dabei geht es nicht um die Frequenz der Tonschwingungen, sondern, wie im Fall der Lautstärke, um deren Amplitude (Druckschwankung), im Fall der Klangfarbe um das Hervortreten bestimmter Teilton-Schwingungen, Einschwingvorgänge und andere Modifikationen.

Geht hier – wie bei Pythagoras oder Platon und auch in dieser Schrift – der Blick auf das Elementare, Grundlegende, so ist auf der anderen Seite nicht zu verkennen, dass Musik auch offen ist für Arten von Komplexität, die sie mit der außermusikalischen Welt verbindet. Ich denke hier zunächst an das große Feld des Tanzes, der seit Urzeiten musikalische Strukturen eng mit Körperbewegung verbindet und überdies in der Regel noch mit sozialen Interaktionen. Letztere spielen in der modernen Unterhaltungsmusik eine ganz dominante Rolle und verweisen die Musik selbst in eine untergeordnete Rolle. Musicals, aber auch Rock- und Popmusik nehmen dabei zunehmend Showcharakter an und sind denkbar weit entfernt von einem kontemplativen Genuss der Musik als solcher. In gewissem Grade ist das natürlich auch bei klassischer Musik der Fall, am wenigsten wohl bei weltenthobenen Kompositionen im "Palestrina-Stil" oder in gewissen Instrumentalwerken Johann Sebastian Bachs, wie der Kunst der Fuge. Solche "Musik allein" stand, vor allem während der deutschen Romantik, im Ruf der "Erhabenheit" und "Tiefe". Ferruccio Busoni war in seinem Entwurf einer neuen Asthetik der Tonkunst (1907) einer der Ersten, der sich über die deutsche Tiefe in der Musik lustig machte, während Robert Schumann diese gegen den Realismus oder Konkretismus französischer Programmmusik verteidigt hatte: So schreibt er in einer langen, ansonsten durchaus wohlwollenden Rezension der Symphonie fantastique von Hector Berlioz:

"Berlioz schrieb indeß zunächst für seine Franzosen, denen mit ätherischer Bescheidenheit wenig zu imponieren ist. ich kann sie mir denken mit dem Zettel in der Hand nachlesend und ihrem Landsmann applaudierend, der alles so gut getroffen; an der Musik allein liegt ihnen nichts."

Neben der Tanz- und der Progammmusik – letztere spielt etwa in der chinesischen Musiktradition eine noch viel größere Rolle als in der europäischen – sind es an erster Stelle die vielfältigen Formen der Vokalmusik vom Lied über die geistliche Musik bis zur Oper, die Außermusikalisches, nämlich Worte, mit Tönen verbinden. Geht man (mit Rousseau) von einem gemeinsamen Ursprung der Musik und der Sprache im Laut aus, so versteht man, warum Vokalmusik eine solche Bedeutung für die Menschen behalten hat, und dies gerade in populären Musikgattungen. Man könnte auch sagen: Wird die Zahl gewissermaßen im Ton

⁴⁹ Robert Schumann, *Gesammelte Schriften über Musik und Musiker*, 2 Bde. ⁵Leipzig 1914, Bd. I, S. 83.

konkretisiert, so konkretisiert das Wort den Ton. Umgekehrt führt der Ton das Wort in allgemeinere, fundamentalere, einfachere Wirklichkeitsschichten zurück. Dadurch erlangt das gesungene Wort von jeher die Aura des Essentiellen im Vergleich mit dem bloß gesprochenen. Diese ambivalente Ausrichtung der Vokalmusik lässt sich nicht nur in hochkomplexen Formen wie der Oper beobachten, sondern bereits im Lied, besonders im romantischen Kunstlied seit Franz Schubert. Hans Georg Nägeli hat schon 1818 die am höchsten entwickelte Liedästhetik umrissen, indem er eine Mehrschichtigkeit von "Sprach- Sang- und Spielrhythmus" postulierte. Gedichtvorlage, Gesangsmelodie und Klavierbegleitung interagieren dabei in reflexiver Freiheit. Kurz gesagt: Vielheit umtanzt die Einheit.

Musik und Zahl bei Leibniz und Schopenhauer

In einem Brief vom 17./27.4.1712 an Christian Goldbach schreibt Leibniz: "Musica est exercitium arithmeticae occultum nescientis se numerare animi." (Die Musik ist eine geheime arithmetische Übung des Geistes, der sich seines Zählens nicht bewusst ist.)⁵¹ Arthur Schopenhauer nimmt in seiner Philosophie, in der der Musik eine zentrale Rolle zukommt, darauf Bezug, weist Leibniz' Definition der Musik allerdings im Wesentlichen zurück:

Wir erkennen in der Musik "nicht die Nachbildung, Wiederholung irgend einer Idee der Wesen in der Welt: dennoch ist sie eine so große und überaus herrliche Kunst, wirkt so mächtig auf das Innerste des Menschen, wird dort so ganz und so tief von ihm verstanden, als eine ganz allgemeine Sprache, deren Deutlichkeit sogar die der anschaulichen Welt selbst übertrifft; – daß wir gewiß mehr in ihr zu suchen haben als ein *exercitium arithmeticae occultum nescientis se numerare animi*, wofür sie Leibniz ansprach und dennoch ganz Recht hatte, sofern er nur ihre unmittelbare und äußere Bedeutung, ihre Schale betrachtete. Wäre sie jedoch nichts weiter, so müßte die Befriedigung, welche sie gewährt, der ähnlich sein, die wir beim richtigen Aufgehen eines Rechenexempels empfinden, und könnte nicht jene innige Freude sein, mit der wir das tiefste Innere unseres

Dies gilt für alle mögliche Ritualmusik. In den christlichen Kirchen ist es in der katholischen und orthodoxen Liturgie besonders ausgeprägt. Während das (gregorianisch) gesungene Hochamt als eine der heiligen Handlung angemessene "Vollmesse" gilt, ist die gewöhnliche "missa lecta" nur eine Schrumpfform.

⁵¹ Gottfried Wilhelm Leibniz:, *Epistolae ad diversos*, Leipzig 1734, Bd. 1, S. 241.

Wesens zur Sprache gebracht sehen. Auf unserm Standpunkte daher, wo die ästhetische Wirkung unser Augenmerk ist, müssen wir ihr eine viel ernstere und tiefere, sich auf das innerste Wesen der Welt und unseres Selbst beziehende Bedeutung zuerkennen, in Hinsicht auf welche die Zahlenverhältnisse, in die sie sich auflösen läßt, sich nicht als das Bezeichnete, sondern selbst erst als das Zeichen verhalten." ⁵²

Schopenhauer hält das Zählen und Rechnen für eine höchst langweilige Sache. Und sind Zahlen nicht tatsächlich das Unindividuellste und damit in Schopenhauers Sinn Uninteressanteste, was sich denken lässt? Als bloße arithmetische Reihung der immer gleichen Einheit sind sie jedenfalls von nicht zu überbietender Monotonie. Darum kann für Schopenhauer das Zahlhafte an der Musik bloß deren äußere "Schale" sein, während es aus seiner eigenen Sicht in der Musik darum geht, das "tiefste Innere unseres Wesens zur Sprache" zu bringen, ja das Wesen der ganzen Welt. In Wahrheit gehe es in der Musik um keine mathematische, sondern um eine philosophische oder metaphysische Übung.

Übrigens war Schopenhauers Abneigung gegen das Zahlenwesen in der Epoche der Romantik durchaus verbreitet. Während Novalis, wie wir anfangs gesehen haben, ein ambivalentes Verhältnis zu Zahlen hatte und ihnen, gerade in ihrer Verbindung zur Musik, durchaus einen tieferen Sinn zutraute, lassen Wilhelm Heinrich Wackenroder und Ludwig Tieck ihren Joseph Berglinger schreiben:

"Ich sehe zu, – und finde nichts als ein elendes Gewebe von Zahlenproportionen, handgreiflich dargestellt auf gebohrtem Holz, auf Gestellen von Darmsaiten und Messingdraht. – Das ist fast noch wunderbarer, und ich möchte glauben, daß die unsichtbare Harfe Gottes zu unsern Tönen mitklingt und dem menschlichen Zahlengewebe die himmlische Kraft verleiht."⁵³

Ist da nicht etwas auf den Kopf gestellt? – An anderer Stelle ist immerhin von "tiefsinnigen Zahlen" die Rede und:

"Es hat sich zwischen den einzelnen mathematischen Tonverhältnissen eine unerklärliche Sympathie offenbart, wodurch die Tonkunst ein reich-

⁵² Die Welt als Wille und Vorstellung, Leipzig ³1859, Bd. I, S. 302.

⁵³ Die Wunder der Tonkunst, in: Phantasien über die Kunst für Freunde der Kunst, in: Wackenroder, Werke und Briefe, München/Wien 1984, S. 311.

haltiges und bildsames Maschinenwerk zur Abschilderung menschlicher Empfindungen geworden ist."⁵⁴

Aber zurück zu Schopenhauer. Zu seiner Positionierung ist zunächst zu bemerken, dass er in Leibniz' Definition dem Wort "nescientis" (nicht wissend, unbewusst) wohl nicht genug Gewicht beigemessen hat. Während das unausgesetzte bewusste Zählen, der "Zählzwang", einen in den Wahnsinn zu treiben vermag, könnte das unbewusste Zählen womöglich nicht nur angenehm, sondern ein geradezu fundamentales und notwendiges Moment allen Lebens, ja Existierens überhaupt sein. Unbewusst (oder in Maßen auch bewusst) zu zählen, dürfte eine fundamentale Orientierung und Integrierung in den Wirklichkeitskontext bewirken und muss von daher ein elementares Bedürfnis sein, ohne das alles Gestaltgewordene sogleich wieder im Chaos versänke.

Von den elementarsten Schichten der Wirklichkeit bis zu ihren komplexesten Entfaltungen kommt nichts ohne Ordnung, ohne Struktur, ja ohne Zählbarkeit aus. Das Zahlhafte liegt so von jeher in allen Dingen. Und dies wiederum spielt in keiner anderen menschlichen Kunst eine so zentrale Rolle wie in der Musik, es sei denn, man bezeichne die Mathematik selbst als Kunst, wie in früheren Zeiten die "artes" der Arithmetik und der Geometrie. Ein solches Verständnis liegt Schopenhauer freilich fern; für ihn ist die Mathematik vor allem eine (neuzeitliche) Methode, die Welt physikalisch zu vermessen. Damit kommt man aber seinem eigentlichen Ziel, der Darstellung des "Weltwillens", für die er die Musik in besonderer Weise in Anspruch nimmt, nicht wesentlich näher.

Immanuel Kant hatte in seiner Transzendentalphilosophie die Essenz der Wirklichkeitserkenntnis von den Dingen selbst ins menschliche Bewusstsein verschoben, auch ins ethische Bewusstsein vom Guten, in den guten Willen. Schopenhauer bewahrt die Philosophie des Willens, verallgemeinert sie aber wiederum auf die Welt. In ihr gehe es um die Entfaltung des (keineswegs nur moralischen) Weltwillens. Und der spreche sich nirgendwo so direkt aus wie in der Musik, allerdings "in Hinsicht auf welche die Zahlenverhältnisse, in die sie sich auflösen läßt, sich nicht als das Bezeichnete, sondern selbst erst als das Zeichen verhalten". Das Wesentliche der Musik soll demnach *hinter* ihrer zahlhaften Fassade liegen.

⁵⁴ Das eigentümliche innere Wesen der Tonkunst, und die Seelenlehre der heutigen Instrumentalmusik, ebd. S, 322f.

Werner Schulze hat in einer Schrift über *Musik als verborgene metaphysische Übung*⁵⁵ Unterschiede und Gemeinsamkeiten von Leibniz' und Schopenhauers Musikdeutung zu klären, vielleicht auch zu vermitteln versucht. So weist er einerseits (pro Leibniz) aus harmonikologischer Sicht darauf hin, dass auch die Gehörsdisposition des Innenohrs im Prinzip der Naturtonreihe, mithin der Zahlenordnung entspreche (was Schopenhauer noch nicht wissen konnte); andererseits stellt er fest: "Gerechtfertigt ist Schopenhauers Vorwurf insofern, als das Verstehen von Musik nicht in eine ausschließlich mathematische Befriedigung ausarten darf. Die Zahlenrelationen sind nicht als Endzweck zu betrachten, als das in der Musik eigentlich Gemeinte."

Was aber ist "das in der Musik eigentlich Gemeinte"? Darüber kann man ganz unterschiedlicher Meinung sein. Es reicht vom reinen Sinnenvergnügen, oft verbunden mit einer sportiven Bewegungslust, über persönliche Ausdrucksmöglichkeiten, hohe Vergeistigung bis zu metaphysischen Abgründen.

Letztere Auffassung scheint Leibniz durchaus mit Schopenhauer zu teilen. In seiner "Zahlenspekulation" haben wir "gewiß mehr zu suchen" als ein nettes Spiel oder bloßen Physikalismus. Lesen wir die von Schopenhauer kritisierte Stelle im Kontext (in Übersetzung):

"Die Musik ist der Arithmetik untergeordnet, und wenn man einige grundlegende Versuche mit Harmonien und Dissonanzen kennt, weiß man, daß auch alle ihre übrigen Prinzipien von Zahlen abhängen. Die Musik ist eine verborgene arithmetische Übung des Geistes, der nicht weiß, daß er zählt. (…) Wir zählen in der Musik nur bis fünf (…) Wenn uns etwas mehr Feinheit gegeben wäre, könnten wir auch die mit der Primzahl 7 einbeziehen. Und ich glaube, daß es das in der Tat gibt. Aber es wird kaum Menschen geben, die auch die Intervalle aus den nächsten Primzahlen 11 und 13 verwenden." ⁵⁶

Bemerkenswert ist, dass Leibniz hier nicht nur die später von Euler vorgeschlagene Einbeziehung der Siebener-Verhältnisse in die Musik vorwegnimmt, sondern auch an Elfer- und Dreizehner-Rationen denkt, deren praktische Verwendung er aber für eine musikalische Überforderung hält. In der Mathematik dagegen lässt jede neue Primzahl solche neuen Verhältnisse ins Unendliche emergie-

⁵⁵ Harmonik & Glasperlenspiel. Beiträge '94, München 1995, S. 9.

⁵⁶ Brief vom 17. April 1712 an Christian Goldbach, Leibniz, *Opera omnia*, hrsg. von Dutens, Bd. 3, Genf 1768.

ren. Schon insofern ist die Musik "der Arithmetik untergeordnet". Leibniz denkt sogar, "daß auch alle ihre übrigen Prinzipien von Zahlen abhängen", womit er freilich nur die Hauptparameter Harmonie, Melodie und Rhythmus im Blick haben dürfte.

Leibniz hält die arithmetische Seite der Musik offenbar für substantiell und nimmt damit keineswegs, wie Schopenhauer es interpretiert, nur auf physikalische, "äußerliche" Gegebenheiten der Musik Bezug. ⁵⁷ Vielmehr fasst er die Musik, in einem seit der Antike andauernden Verständnis, als angewandte Arithmetik auf. Als solche war sie Teil der septem artes liberales, wie die Astronomie als angewandte Geometrie. Diese vier artes wurden platonischerseits als "höher" angesehen als die "trivialen" sprachlichen artes Grammatik, Rhetorik, Dialektik, d. h: sie standen dem nous, dem Weltgeist, näher. Wie wir sahen, hatte erstaunlicherweise auch der Kirchenvater Augustinus diese Auffassung, wenn er von der "ewigen Wahrheit" der Zahlen sprach.

Von dieser Warte aus komme ich noch einmal auf die Formulierung Schopenhauers zurück, in der er von der Musik sagt, sie sei "eine ganz allgemeine Sprache, deren Deutlichkeit sogar die der anschaulichen Welt selbst übertrifft". Der Satz klingt fast paradox. Widersprechen sich Allgemeinheit und Deutlichkeit nicht? Interessant ist in diesem Kontext ein Brief Felix Mendelssohn-Bartholdys. Der Musikkritiker Marc André Souchay hatte sich für die inhaltlichen Hintergründe von Mendelssohns Musik interessiert. Der literarisch sehr gebildete und ansonsten durchaus eloquente Komponist gab seinem Briefpartner am 15. Oktober 1842 aber folgende Antwort:

"Es wird so viel über Musik gesprochen, und so wenig gesagt. Ich glaube überhaupt, die Worte reichen nicht hin dazu, und fände ich, daß sie hinreichten, so würde ich am Ende gar keine Musik mehr machen. – Die Leute beklagen sich gewöhnlich, die Musik sei so vieldeutig; es sei so zweifelhaft, was sie sich dabei zu denken hätten, und die Worte verstände doch ein Jeder. Mir geht es aber gerade umgekehrt. Und nicht bloß mit ganzen Reden, auch mit einzelnen Worten, auch die scheinen mir so vieldeutig, so unbestimmt, so mißverständlich im Vergleich zu einer rechten Musik,

⁵⁷ Schulze weist (a.a.O., S. 9) darauf hin, dass das Verhältnis Schopenhauers zu Leibniz "zweifellos vorbelastet" war. Leibniz' fundamentaler Harmonismus passt überhaupt nicht zu Schopenhauers grundlegendem Pessimismus. Ja, Schopenhauer hielt ihn sogar, neben der Monadenlehre, für einen der "Urirrtümer" Leibniz' – wobei ich ihm in Bezug auf letztere durchaus zustimmen würde.

die einem die Seele erfüllt mit tausend besseren Dingen, als Worten. Das, was mir eine Musik ausspricht, die ich liebe, sind mir nicht zu unbestimmte Gedanken, um sie in Worte zu fassen, sondern zu bestimmte." ⁵⁸

Soweit Mendelssohns Musikverständnis. Die Musik erscheint ihm nur vom sprachlich-inhaltlichen Standpunkt aus betrachtet "vieldeutig"; ihre Deutlichkeit ist aber von grundsätzlicherer Art als die konventioneller Worte, deren inhaltliche Klischeehaftigkeit gewissermaßen den Sinn zerstreut, anstatt ihn zu verdichten und ihn in eine tiefere Allgemeinheit zu führen. – Was aber macht die Musik zugleich deutlich und allgemein? Könnte es nicht doch das Zahlhafte an ihr sein? Denn auch die Zahl ist zugleich deutlich und allgemein.

⁵⁸ Siehe Felix Mendelssohn Bartholdy, *Sämtliche Briefe*, Bd. 8, hrsg. v. Susanne Tomkovič, Christoph Koop und Sebastian Schmideler, Kassel 2013, S. 807.

Zurück zur Zahl: Form, Information, Wirklichkeit

Die Frage ist: Was transportieren die Zahlenproportionen der Musik? Was "kommt dabei herum"? Sind sie mehr als ein bloßes formales Spiel? Es kommt wohl im Kern darauf an, was man unter "Form" versteht. Hierzu gibt es in Bezug auf die Musik eine aufschlussreiche Reflexion Goethes:

"Die Würde der Kunst erscheint bei der Musik vielleicht am eminentesten, weil sie keinen Stoff hat, der abgerechnet werden müßte. Sie ist ganz Form und Gehalt und erhöht und veredelt alles, was sie ausdrückt."⁵⁹

Aber was meint Goethe denn mit "Form"? Offenbar nicht dasselbe wie seine Zeitgenossen Kant oder Hegel, für die Form und Materie nur noch Begriffe der Bewusstseinsreflexion sind, wie der Begriff des Geistes. So sind Form und Geist für Hegel (wie für die meisten modernen Denker) mit Subjektivität verbunden. Ich sehe es – mit den Neuplatonikern und Goethe – eher umgekehrt: Subjektivität ist eine späte Frucht des Geistigen, das über die Form im Einen gründet. Form ist Entfaltung des Einen, analog zur Entfaltung der natürlichen Zahlen (mit ihren Harmonien und Gestalten (Gestelltheiten) aus dem Einen.

Goethe bezieht sich auf ältere Traditionen, wohl auch auf Aristoteles, der "Stoff" und "Form" als komplementäre Grundlagen allen Seins verstanden hat, womöglich auch auf Thomas von Aquin, der akzidentielle und substantielle Formen (formae in se subsistentes) unterschied und letztere mit rein geistigen Substanzen, mit den Engeln und letztlich Gott selbst (als actus purus) gleichsetzte. Aber schon Platon, der den Begriff der Form erst in die Philosophie einführte, versteht Form im gleichen Sinn wie Idee, nämlich als etwas Geistiges, das als Unwandelbares und eigentlich Seiendes allem zugrunde liege. Nach Goethe erscheint es nun "bei der Musik vielleicht am eminentesten", ja fällt zusammen mit ihrem eigentlichen "Gehalt", der sich eben nicht in der Darstellung subjektiver Stimmungen oder allgemeinerer Affekte erschöpft.

Das deutsche Wort "Gehalt" meint nicht dasselbe wie "Inhalt", sondern eine Werthaltigkeit, die entweder äußerer (pekuniärer) oder innerer, seelischer Art ist. Wenn Goethe "Form und Gehalt" in einem Atemzug nennt, so denkt er offenbar an eine Werthaltigkeit der Form, an einen Wert, der nicht im inhaltlichen "Stoff" liegt. Zwar mag Musik, wie gezeigt, auch Inhaltliches transportieren, doch ist sich Goethe mit den Romantikern darin einig, dass dies nicht ihre

⁵⁹ Maximen und Reflexionen 486.

Hauptbestimmung ist, ja dass es gewissermaßen unter ihrer Würde ist – im weitgehenden Unterschied zur Dichtung und zur (damaligen) Malerei.⁶⁰

Was aber vermitteln die Formen, die Proportionen, die Zahlen der Musik? Zunächst vermitteln sie, wie jedes regelbasierte Spiel, allgemein Ordnung. Doch besteht die besondere Faszination der Musik darin, dass diese Ordnung sehr differenziert und gewissermaßen unabweisbar erscheint, da die Ordnung der natürlichen Zahlen, wie wir gesehen haben, als Hierarchie der Naturtonreihe zu ihrer Substanz gehört. Und diese Ordnung hat nicht nur einen quantitativen, sondern auch einen qualitativen Aspekt, wenn auch in einem wenig konkreten Sinn. Die Musik bietet einen sinnlich-seelischen Zugang zu Zahlen als Urformen der Wirklichkeit; sie macht sie (weitgehend unreflektiert) erlebbar. Damit ist sie überhaupt ein einzigartiges Beispiel der Vermittlung von Quantität und Qualität, gleichzeitig aber nur ein besonders klares und lebendiges Beispiel dafür, wie es in der vielfältigen Welt zugeht und wie diese Vielfalt aus der Einheit hervorgeht und auf sie bezogen bleibt.

Novalis – um noch einmal auf ihn zurückzukommen – sprach bezüglich des Tons geradezu von einem "Übergang von Quantität zu Qualität", die also letztlich von ein und derselben Substanz seien, wobei er "spezifische Zahlen" verantwortlich machte. ⁶² Zahlen wiederum waren in seiner Sicht quasi Brechungen des Einen, entsprechend der Ton:

"Der Ton scheint nichts als eine gebrochene Bewegung in dem Sinn, wie die Farbe gebrochenes Licht ist, zu sein. […]

⁶⁰ Siehe auch Novalis, *Fragmente*, Kamnitzer (wie Anm. 2), S. 585 (Nr. 1822): "Tanz- und Liedermusik ist eigentlich nicht die wahre Musik. Nur Abarten davon. Sonaten, Symphonien, Fugen, Variationen, das ist eigentliche Musik."

⁶¹ Es erscheint mir als ein fundamentaler Irrtum Arnold Schönbergs, dass er glaubte, mit seiner Dodekaphonie diese Hierarchie außer Kraft setzen zu können, im Sinne einer musikalischen "Demokratisierung". Die natürliche Hierarchie lässt sich zwar mit mentaler Anstrengung bekämpfen, aber nicht auf Dauer unterdrücken. Wäre auch der Verstand willig, so wehrt sich doch das Ohr dagegen – wie die weitere Entwicklung der Neuen Musik bzw. ihre weitgehende Ignorierung durch das Publikum bestätigt. Die dodekaphon-serielle Musik beruht im Kern auf einer statistischen, statt auf einer musikalisch-physiologischen Mathematik. Sie ist hochgradig künstlich, anders gesagt: naturfern, und entsprach in dieser Hinsicht durchaus starken Tendenzen des 20. Jahrhunderts, war insofern zeitgemäß.

⁶² Novalis, Fragmente, Kamnitzer (wie Anm. 2), S. 582 (Nr. 1813).

Sollte die Qualität ein gebrochener Zustand in der obigen Bedeutung sein?" 63

Ein solches Denken geht aus der pythagoreischen Tradition hervor. Wenn aber Pythagoras von den musikalischen Intervallen zurückgehend lehrte: "Alles ist Zahl.", so meinte er damit nicht bloß die Zahl im abstrakt mathematischen, quantitativen Verständnis, sondern die wirkende Zahl, die sich als Welt aus dem Einen emergent als Qualität verwirklicht. Inhalt erscheint aus dieser Sicht als weiter emergierte Form. Die Dichotomien von Stoff und Form, Natur und Geist, Körper und Seele, Immanenz und Transzendenz sind nur scheinbare oder zeitlich bedingte. Die scheinbaren Gegensätze gehören wesenhaft zusammen. Darum kann man auch nicht unbedingt mit den deutschen Idealisten sagen, die Evolution sei ein Vergeistigungsprozess, und andererseits auch nicht mit den Platonikern, alles sei umso geistiger, je weiter man bis in seinen Grund zurückgeht. Es wird so eigentlich vor allem "einer". Man mag eben das "geistiger" nennen; es ist aber wirklich nur unentfalteter, offensichtlicher einheitlich als das viele Konkrete. Im Grunde ist das Eine überall in allem präsent, wenn auch in unserer Welt der Bedingtheiten vielfach verstellt. Wenn man sich religiös oder poetisch ausdrücken will, kann man es "Gott" nennen und die Zahlen als erste Emanationen des Einen seine "Engel" und die Musik eine Ausstrahlung, einen Abglanz von "Engelsgesang".

Tatsächlich hat der spätrömische Gelehrte Anicius Manlius Severinus Boethius (ca. 480-525) die gemachte, praktische Musik, die "musica instrumentalis", als eine Art Konkretisierung der allgemeineren "musica humana" verstanden, der Musik des ganzen leib-seelischen Menschen, des Mikrokosmos. Diese wurde aus seiner Sicht abermals überhöht durch die "musica mundana", die Musik der Welt, der Sphärenharmonie der Planeten, des Makrokosmos. Und im 14. Jahrhundert hat Jacobus von Lüttich in seinem *Speculum musicae* auch diese noch weiter übersteigert mit der transzendenten "musica coelestis", der Musik der Engel im Himmel, die das eigentliche Urbild unserer Musik sei. Noch der Wiener Hofprediger Abraham a Sancta Clara nannte die Musik im späten 17. Jahrhundert entsprechend "ein portion vom himmel".

Etwas nüchterner, einfacher ausgedrückt kann man freilich auch sagen: Der substantielle Gehalt der Musik geht auf die natürlichen Zahlen als Urmuster aller Formbildung zurück und diese auf das Eine. Zur anderen Seite wird die Form-

⁶³ Ebd., S. 581 (Nr. 1809).

bildung als "In-formation" über komplexe Zwischenschritte zur Inhaltsbildung. Das scheint, kurz gesagt, das zu sein, "was die Welt im Innersten zusammenhält".

Im Grunde steckt schon in jedem Muster, und sei es noch so einfach, wie das binäre System oder die Grundschwingung von Sein und Nicht-Sein, eine gewisse "Information", und zwar eben dadurch, dass da etwas "in Form" gebracht wird. ⁶⁴ So ist auch die natura naturata nicht beim bloßen Ineinander von *Geist* und *Materie* stehen geblieben; sie fasst diese zusammen als *Form* und bringt aus ihr *Inhalt* hervor, eben nicht mittels Zuschreibung von "außen", sondern als emergente Hervorbringung aus dem Vorhandenen.

Damit ist aber immer noch nicht geklärt, wie der Übergang von der Zahl zum Ding und darüber hinaus zum Inhalt geschieht. Etwas dergleichen muss es doch wohl geben, sonst wäre ganz unverständlich. wieso die Verbindung von Naturwissenschaften und Mathematik (vor allem in den letzten Jahrhunderten) derartig erfolgreich war. Ohne diesen (inzwischen als fast selbstverständlich hingenommenen) gleichsinnigen Konnex könnte man sich nicht genug wundern, wieso das Allerabstrakteste mit dem Allerempirischsten so viele und enge Zusammenhänge aufweist.

Wie also ist der Brückenschlag vom Abstrakten zum Konkreten und darüber hinaus zum Inhaltlichen vorzustellen? In *Resonante Wirklichkeit* habe ich die "Urschwingung" physikalisch plausibel zu machen versucht, indem ich feststellte, dass nicht nur Masse in Energie, sondern diese auch in Schwingungen rückführbar ist (S. 31f.). Dabei spielt laut Quantentheorie zwar die Ordnung der ganzen und rationalen Zahlen eine maßgebliche Rolle, doch bleibt dieser Ansatz im Prinzip ein bloß physikalischer, da die Energie des "Urknalls" seine Voraussetzung ist. – Erst nach Fertigstellung des Buches bin ich mit der Theorie des Quantenphysikers Thomas Görnitz bekannt geworden, die eine noch fundamentalere Herleitung ermöglicht. Görnitz war Mitarbeiter von Carl Friedrich von Weizsäcker und hat seine Theorie hauptsächlich in Diskussionen mit ihm entwickelt. Auch wenn sie in Physikerkreisen offenbar (noch?) nicht allgemein akzeptiert wird, hat diese Theorie den unschätzbaren Wert, einen durchgreifenden Zu-

⁶⁴ Mit diesem thematischen Komplex, insbesondere mit dem "Muster, das verbindet", hat sich u.a. Gregory Bateson in seinem letzten Buch *Geist und Natur. Eine notwendige Einheit* auseinandergesetzt, übersetzt von Hans Günter Holl, Frankfurt a.M. 1982, engl. Original: *Mind and Nature. A Necessary Unity*, 1979.

sammenhang vom physischen bis zum psychischen Wirklichkeitsbereich darstellen zu können. Sie ist damit zumindest ein fast unverzichtbares Postulat, um den leidigen unglaubwürdigen Dualismus von Natur und Geist, der sich seit Descartes verfestigt hat, aufzulösen und die Wirklichkeit endlich (wieder) als eine zu betrachten.

Ich kann Görnitz' quantentheoretische Argumente nicht kompetent beurteilen, sie passen aber bestens in ein Konzept des Übergangs vom Abstrakten zum Konkreten. Für Görnitz sind "Teilchen", Energien und Schwingungen etwas Sekundäres; ihnen zugrunde liegen bedeutungs*leere* oder *-offene* Informationsbits, AQIs, das sind: "Absolute bedeutungsoffene Bits von QuantenInformationen", die er auch "Protyposis" nennt (um eine Verwechslung mit normalen bedeutungsvollen Informationen zu vermeiden). Er hält diese fundamentalen Informationen für äquivalent mit (den späteren Konkretisierungen) Energie und Masse, und erweitert entsprechend die Einsteinsche Gleichung $E = mc^2$ zu $E = mc^2 = n_{AQI}h/t_{Kosmos}$.

Schon Weizsäcker sprach von Einheiten mit "Uralternativen", ja und nein, 1 und 0. Wie Görnitz schreibt, begeisterte er sich für Weizsäckers These: "Materie ist Form. Bewegung ist Form. Masse ist Information. Energie ist Information." Er kam aber zu dem Schluss, dass diese Informationen im Prinzip bedeutungsleer seien, während Weizsäcker sich nicht mit der Bedeutungsleere anfreunden mochte. Dabei gibt es erst über diese einen Weg vom Konkreten, Inhaltlichen zurück ins Abstrakte, Formale, in die Welt der Zahlen als tiefere Schicht der Wirklichkeit. Ist nicht die ganze Mathematik zunächst bedeutungsleer? In gewisser Weise gilt dies ja sogar noch für die Musik, die, wie wir gesehen haben, auf der Schwelle zwischen abstrakter Form und Inhaltlichkeit steht.

Bewusste Bedeutung ist etwas spät Entwickeltes, nämlich menschliche Interpretation, also später als unreflektiertes Bewusstsein von Lebewesen und viel später

⁶⁵ Vermutlich ist Görnitz nicht bekannt, dass der Harmonikologe Hans Kayser schon vor Jahrzehnten den sehr ähnlichen Begriff "Prototypus" für natürliche Zahlen verwendet hat. Der Begriff sollte sich vom Jungschen Begriff "Archetypus" unterscheiden; denn die Zahl bezieht sich nicht nur auf eine *frühe* oder *anfängliche* Wirklichkeit, sondern auch auf eine *vor* allen Dingen. Siehe dazu Marie-Louise von Franz, *Psychologische Überlegungen zu einer Annäherung von Tiefenpsychologie und Physik*, Stuttgart ²1990, S. 36f..

⁶⁶ Die Einheit der Natur, München 1971, ⁵1979, S. 361.

⁶⁷ Siehe dazu Thomas Görnitz, *Protyposis – eine Einführung. Bewusstsein und Materie aus Quanteninformation*, unter Mitarbeit von Brigitte Görnitz, Wiesbaden 2019, S. 17f..

als Schwingungen und Teilchen. ⁶⁸ Das heißt freilich nicht, dass es nicht so etwas wie implizite Bedeutungen geben könnte, nämlich sobald es Bezugnahmen gibt, die die Welt in irgendeiner Weise zusammenhalten. (Insofern muss ich den Psychologen widersprechen, die glauben, dass die Welt "ohne das reflektierende Bewußtsein des Menschen [...] von gigantischer Sinnlosigkeit" sei.)⁶⁹ Diese Bezugnahmen sind per se sinnstiftend, nicht erst für uns Menschen, sondern für alles, angefangen von der Bezugnahme zwischen Sein und Nicht-Sein im Einen. (Existentiell kann das freilich anders aussehen als ontologisch, wie bei Hamlet. Sinnlosigkeit wird dann empfunden, wenn erwartete Bezugnahmen scheitern. Wesen, die nichts erwarten, empfinden sie nicht. Diese "Wunschlosigkeit" scheint auch zur "Strategie" des Stoizismus und besonders des Buddhismus zu gehören.) Der Mensch aber fällt immerzu Entscheidungen darüber, wie er das große Potential impliziter Bedeutungen tatsächlich deutet.

Görnitz' Einleitung in die "essentials" seiner Protyposis-Theorie wird mit dem Satz eröffnet: "Die tiefgründigste Erklärung muss mit der allereinfachsten Struktur beginnen." ⁷⁰ Eben dem versuche ich in dieser kleinen Schrift nach Kräften gerecht zu werden. Dabei suche ich wie Görnitz nicht nach "kleinsten Teilchen", besser gesagt: Elementen, aus denen die Welt zusammengesetzt sein soll, sondern gehe von Ganzheiten aus, primär von der Ganzheit des Einen, die sich in das Viele teilt. Ich gehe also nicht "ins Komplizierte", vielmehr mit Görnitz "zum Einfachen" zurück. Nach Görnitz ist ein AQI "eine extrem abstrakte Entität und das Einfachste, was naturwissenschaftlich gedacht werden kann." ⁷¹ Noch einfacher wäre es allerdings, wenn man die Protyposis nicht von vornherein naturwissenschaftlich denken würde, sondern mathematisch oder – noch einfacher – ontologisch, als das Prinzip des Einen selbst.

⁶⁸ Die Görnitz unterscheiden fünf evolutionäre Stufen des Bewusstseins: 1. reflexives Verhalten, 2. affektives Bewusstsein, 3. kognitives Bewusstsein, 4. Selbstbewusstsein, 5. Bewusstsein des Bewusstseins. Aber schon die erste Stufe ist in der kosmischen Evolution eher spät. Damit weisen sie ein "panpsychisches Missverständis" – etwa Hegels Geistphilosophie – zurück. Siehe Thomas Görnitz und Brigitte Görnitz, *Von der Quantenphysik zum Bewusstsein – Kosmos, Geist und Materie*, Heidelberg 2016, S. 587 und 743. In der Tat muss der Grund aller Wirklichkeit tiefer gesucht werden als im Bewusstsein.

⁶⁹ Von Franz, a.a.O. S. 274, siehe dazu *Resonante Wirklichkeit*, S. 11.

⁷⁰ Thomas Görnitz, *Protyposis* 2019, S. 1.

⁷¹ Ebd., S. 15.

So verblüffend für mich die Parallelen zwischen Görnitz' Theorie und meinem fast nur intuitiv entworfenen Konzept in Resonante Wirklichkeit waren und sind,⁷² so weiche ich im Fokus doch davon ab, jedenfalls in dieser neuen Schrift. Während Görnitz (zum Teil zusammen mit seiner Frau, der Psychotherapeutin Brigitte Görnitz) die Protyposis-Konsequenzen in allen möglichen evolutionären Entfaltungen weiter verfolgt, möchte ich noch in die vorphysikalischen Gründe der Protyposis hinabsteigen. Görnitz selbst nennt die Protyposis immerhin eine "Quanten-Vor-Struktur", 73 "welche weder mit einem materiellen noch mit einem energetischen Träger verbunden ist, [sie] ist demnach weder hier noch jetzt, sondern gleichsam immer und überall. 74 In meinem deduktiven Konzept beginne ich nicht mit dem Kosmos, sondern mit dem Einen und bin von da zunächst zu den natürlichen Zahlen gekommen. Könnten diese selbst nicht die Essenz der Quantenbits oder "Strukturquanten" sein, die ja rein formal und bedeutungsoffen sein sollen? 75 Nach der Quantenphysik kann es nur ganzzahlige Vielfache der Grundzustandsenergie geben. Außerdem haben die Quanten einen Spin (Bosonen) im Verhältnis ganzer bzw. rationaler Zahlen. Diese Gesetzmäßigkeit wiederholt und konkretisiert sich auf höherer Ebene im Periodensystem der Elemente mit seinen ganzzahlig steigenden Elektronenzahlen, wie auch in den Teiltönen der Naturtonreihe, der Grundlage der Musik. Die Zahlenordnung umfasst demnach sowohl "vorkosmische" Wirklichkeitsbereiche als auch physikalisch-chemisch-biologische als auch geistig-empfindungshafte. Da scheint es mir - mit Leibniz gegen Schopenhauer – naheliegend zu sein, die Zahlen nicht nur als "Zeichen" zu verstehen, sondern als "das Bezeichnete" selbst, als substantiell.

Weiterhin sagt Görnitz: "Eine mögliche Veranschaulichung eines AQIs ist die einer *Grundschwingung des kosmischen Raumes*"⁷⁶ die er näher als Sinusschwingung bestimmt:

"Der dreidimensional kosmische Raum besitzt keinen Rand, also nichts, wo er anfangen und enden würde. Um eine graphische Vorstellung zu erzeugen, müssen wir die größte Vereinfachung vornehmen. Wir gehen von

⁷² Den Hinweis auf diese Parallelen verdanke ich dem Greifswalder Physiker Klaus-Dieter Salewski.

⁷³ Görnitz 2016, S. 491.

⁷⁴ Ebd., S. 502.

⁷⁵ Görnitz spricht von drei Quantenarten: 1. Quanten mit Ruhemasse (Teilchen), 2. Quanten ohne Ruhemasse (Photonen), 3. Strukturquanten, zu denen er auch Schallquanten zählt. Siehe Görnitz 2016, S. 391f..

⁷⁶ Ebd.

drei Dimensionen auf eine, aber wir behalten, dass es keinen Anfang und kein Ende geben darf. Dann haben wir die Kreislinie. Die Grundschwingung ist dann der Sinus."⁷⁷

Auch hier möchte ich weiter zurückgehen zur Grundschwingung zwischen Sein und Nicht-Sein im Einen, die weder physikalisch noch geistig ist (im exklusiven Sinn) und aus der sich Raum und Zeit und alles andere erst entwickeln.

Übrigens finde ich es etwas verwirrend oder irritierend, wenn Görnitz manchmal von der einen Grundschwingung spricht, dann wieder vom "multiplikativen" Zusammenwirken mehrerer Schwingungen. Ausnahmsweise zieht er dabei auch einen Vergleich zur Musik:

"Bei der Protyposis haben wir Schwingungen, die über den ganzen Kosmos ausgebreitet sind. Jedoch in ihrem Zusammenwirken erzeugen sie die Obertöne, die mit ihren viel kürzeren Wellenlängen viel reicher strukturiert sind, sodass das Ganze wie das Abspielen einer kosmischen Partitur erscheinen mag." ⁷⁸

Meines Erachtens bedarf es nicht mehrerer Grundschwingungen, da aus der einen bereits die ganze Fülle der Schwingungsmöglichkeiten abzuleiten ist. Ich stimme mit Görnitz jedenfalls darin überein, dass ich die Wirklichkeit primär nicht aus kleinsten Bausteinen additiv zusammengesetzt, vielmehr aus dem großen Ganzen hervorgehen sehe und "dass das Allereinfachste zugleich das Ausgedehnteste" ist. ⁷⁹ Dabei kann aber aus meiner Sicht nicht eigentlich von multiplikativen Verhältnissen die Rede sein, sondern (im ersten Schritt) nur von divisiven, denn das absolute Eine kann als das Ganze nicht vermehrt werden, sondern sich nur teilen. Entsprechend setzt sich das Ganze (oder, wenn man so will, der Weltklang) nicht aus unterschiedlichen Schwingungen zusammen; vielmehr teilt sich die eine Grundschwingung in unzählige "Obertöne", die die Vielfalt der Welt ausmachen.⁸⁰

⁷⁷ Görnitz 2016, S. 528.

⁷⁸ Görnitz 2016, S. 503.

⁷⁹ Ebd., S. 37.

⁸⁰ Die Schwingungsfrequenz der Teiltöne ist zwar immer ein Vielfaches der Grundschwingung, resultiert aber gleichwohl aus der Unterteilung einer schwingenden Länge, wie schon das pythagoreische Monochord demonstriert. Überhaupt entsprechen die höheren Zahlen dem Kleineren, da die 1 für das Ganze steht.

Es ist im Übrigen eine grundsätzliche Frage, ob die Wirklichkeit vom Einzelnen oder vom Ganzen her aufgebaut ist. ⁸¹ Der Unterschied markiert zwei gegensätzliche Weltbilder oder jedenfalls Perspektiven, für die in der Neuzeit die Namen Newton und Goethe stehen, in der Antike schon Aristoteles und Platon. Hinter Aristoteles steht Demokrit mit seinem materialistischen Atomismus ⁸² und hinter Platon Pythagoras. Der ging nicht nur in seiner Musiktheorie vom Ganzen aus – nämlich von der Einheit der ganzen Saite, die er in diverse Proportionen teilte –, sondern auch sonst in seinen Vorstellungen von Welt und Zahl. Treffend charakterisiert Konrad Dietzfelbinger in seinem Pythagoras-Buch das pythagoreische Verständnis der Zwei und damit der Vielfalt der ganzen Wirklichkeit:

"Die Zwei entsteht hierbei nicht als Summe aus 1+1, sondern aus der Teilung der 1 in zwei Pole. Damit wird deutlich, wie sich Schöpfung, Entwicklung vollzieht. Die ganze Schöpfung und alle Geschöpfe entstehen ihrem Wesen nach nicht durch äußere Zusammenfügung von Elementen, sondern durch Ausdifferenzierung von verborgenen Anlagen Gottes, die allmählich manifest werden […] Deshalb sagte Pythagoras, wie Aristoteles überliefert: "Der Anfang – die Hälfte des Ganzen." Wo das Ganze in zwei Hälften geteilt wird, da ist Zeit, da ist ein Anfang, da ist die im Raum erscheinende Energiematerie."⁸³

Was aber die Bindungen der Teile des Ganzen untereinander betrifft, so bezeichne und verstehe nicht nur ich (in *Resonante Wirklichkeit*), sondern auch Görnitz sie als "Resonanz"⁸⁴ – durchaus im Sinne des Pythagoras.

Nach Görnitz sind die "Systeme mit einem zweidimensionalen Zustandsraum die allereinfachsten die es überhaupt geben kann". Darin liege die mathematische Begründung für die einfachsten quantentheoretischen Strukturen: "Da die

⁸¹ Siehe dazu auch in P.T., Resonante Wirklichkeit, S. 192ff..

⁸² Über Epikur wurde der demokritische Atomismus an Lukrez weitergegeben. Lukrez nennt Atome "Primordia", versteht sie aber, wie Epikur, weiterhin materiell. Mit der modernen Physik ließen sie sich auch im Sinne der Elementarteilchen (Quarks und Leptonen) interpretieren, – mit Hilfe der Quantenphysik womöglich aber auch immateriell (wenn man "primordium" nicht nur als "Uranfang", sondern auch als "Urordnung" (primordo) versteht) im Sinne der rationalen Spinquantenzahlen (1, 2, ½, ³/₂, 0) etc..

⁸³ Pythagoras – Spiritualität und Wissenschaft, Königsdorf 2005, S. 43f.. – Gewöhnlich wird das von Aristoteles überlieferte Pythagoras-Zitat in dem Sinne verstanden, dass mit dem gemachten Anfang bereits die Hälfte einer Arbeit getan sei; Dietzfelbinger interpretiert es hier aber viel tiefsinniger, nämlich ontologisch als Aussage über das schlechthin Ganze, dessen Entfaltung mit seiner Halbierung beginnt.

⁸⁴ Görnitz 2016, S. 515.

Multiplikation mit 1 nichts verändert, ist 2 die kleinste Dimensionszahl, mit der etwas Größeres und Komplexeres aufgebaut werden kann."⁸⁵ Der Grund der 2 liegt aber aus meiner Sicht abermals in der notwendigen Schwingung von Sein und Nicht-Sein im Einen.

Aus dieser Grundschwingung resultiert, wie ich gezeigt habe, zunächst nichts anderes als die reine Form der natürlichen Zahlen, im Weiteren die ganze Welt der Mathematik. Diese ist aber zunächst nur implizit vorhanden, gewissermaßen in einem quantischen Möglichkeitsraum. Zu ihrer faktischen Entfaltung in der menschlichen Reflexion bedurfte es der ganzen kosmischen Evolution über Materie und Leben bis hin zum menschlichen Geist.

Dabei waren nicht nur diese großen Emergenzstufen zu bewältigen, sondern immerzu auch zahllose kleinere. Im Grunde ist jegliche Individualität ein "Auftauchen" von Neuem und Einmaligem, allerdings immer von relativ, nirgends von substantiell Neuem; denn im Grunde kommt alles aus Einem, ja ist, gleichsam verspiegelt, das Eine selbst – wie alle natürlichen Zahlen substantiell aus nichts als 1 bestehen.

Dieses "Einskontinuum" ist laut Marcel Granet im chinesischen Denken besonders bewusst. Von Franz referiert Granet in diesem Sinne: Die chinesische Idee von Yin und Yang, die wohlgemerkt *kein* fundamentaler Dualismus ist, beruht demnach

"auf der Voraussetzung, daß das Einskontinuum latent mit all seinen Eigenschaften (wie Polarität, Zentriertheit, Symmetrie, Dynamik etc.) immer wieder in allen Zahlindividuen mitvorhanden sei. Alle Zahlen sind für China m.a.W. nur qualitativ verschieden nüancierte Konfigurationen des Einen "86"

Damit aber aus den Resonanzen der Teiltöne nicht nur ein stehender Klang, vielmehr eine Art lebendiges Weltkonzert werden konnte, bedurfte es Myriaden von Interaktionen und Rückbezügen der Teile untereinander, und zwar schon auf der Ebene der natürlichen Zahlen, umso mehr auf komplexeren Ebenen. (Ich erinnere an Lao tses Worte: "Rückkehr ist des Tao Bewegung.") Zu deren tieferem Verständnis bietet die Görnitzsche Theorie einen hochgradig passenden Schlüssel, der im Kern Form zu In-formation erschließt. Damit ist im Grunde der aris-

⁸⁵ Ebd. S. 396.

⁸⁶ A.a.O. S. 79.

totelische Antagonismus von Form und Materie (Stoff) hinfällig. Aller Stoff ist letztlich nichts anderes als eine (möglicherweise neuartige und umständliche) Explikation von Form.⁸⁷

Etwas erweitert könnte man die monistisch durchgehende "Kette des Seins" von der mathematischen Metaphysik der Zahl oder Form über Physisches, Biologisches bis hin zu psychisch-geistigen Gestalten und Gehalten etwa so darstellen:

So lässt sich die Spur der Zahl, wie ich insgesamt zu zeigen hoffte, nicht nur bis vor unser Bewusstsein, sondern überdies bis vor den Rand der materiellen Dinge zurückverfolgen, vor den Rand des Universums. Insofern würde ich von Franz und Jung nicht zustimmen, dass die Zahl letztlich in unserem Unbewussten gründe, vielleicht nur ein wenig tiefer als andere Archetypen sei. Ich würde sie auch kein "Phänomen" nennen,88 denn sie "erscheint" als solche nicht im Bild wie andere Archetypen, sondern steht hinter den Erscheinungen und "wirkt" in sie hinein. Auch würde ich die Zahl nicht einmal als Erstgeburt des Geistes betrachten; denn das unterstellt die Existenz des Geistes als einem Vorausliegenden. Könnte es nicht geradezu umgekehrt sein, dass nämlich Geistiges das Vorhandensein von Zahlenverhältnissen voraussetzt? Denn ohne Zahlen und ihre nach innen und außen gerichteten Resonanzen gibt es keine Form von Beziehungshaftigkeit. Sonach gälte: Das Eine emaniert die Zahl; die Zahl emaniert qua "Informierung" sowohl Energie und Materie als auch den unbewussten Geist (auch Seele oder Weltseele genannt); der unbewusste Geist emaniert den bewussten Geist.

Die Musik aber spielt in dieser Kette eine besondere, vielleicht tatsächlich einmalige Rolle; denn in ihr erscheinen die verschiedenen Glieder gewissermaßen vereinigt. Ihre Proportionen in melodischen und harmonischen Intervallen, in der Tonalität, in Takt und Rhythmus und in der Großform sind letztlich eine zahlhafte Rede vom Einen.⁸⁹ Ohne dass dabei sekundäre, konkrete Inhalte her-

⁸⁷ Hiermit bestätige ich meinen in *Resonante Wirklichkeit* geäußerten Gedanken, dass es das von Gregory Bateson nach C.G. Jung sogenannte "Pleroma", das Nichtgeistige, nur Quantitative im Gegensatz zum qualitativen, informativen Muster, als solches überhaupt nicht gibt.

⁸⁸ Vgl. von Franz, a.a.O. S. 56f..

⁸⁹ Obwohl die zahlhaften Aspekte der Musik von jeher auf der Hand liegen, hat eine solche betont geistige Interpretation der Musik seit Johann Mattheson, dem "neuen Aristoxenos", natürlich viele leidenschaftliche Gegner, besonders im 20. Jahrhundert. Ich nenne hier nur Ernst

vortreten müssen, ist die Musik (mit Goethes Worten) "ganz Form und Gehalt". Sie vermittelt eine werthafte Wirklichkeit, indem sie als harmonisches Formgefüge eine Rückbindung zur Zahl, darüber hinaus zum Einen herstellt und dieses mit der höchst differenzierten Seele des Hörenden verbindet. Diese doppelte, januarische Ausrichtung dürfte der tiefste Grund dafür sein, dass Musik so beglückt. Ja, sie kann nahezu notwendig zur Aufrechterhaltung seelischer Stabilität qua Verbundenheit mit dem Ganzen sein. Vielleicht treffender als das idiomatische Musikverständnis Schopenhauers und umfassender als das auf konkrete Kunstmusik ausgerichtete Nietzsches – "Ohne Musik wäre das Leben ein Irrtum."90 – dürfte Schelling die Musik als ontologische Brücke verstanden haben, um "zurückzukehren in die Einheit". In seinem Dialog *Bruno oder Über das göttliche und natürliche Prinzip der Dinge* sagt er (in alter pythagoreischer Tradition stehend), dieses Prinzip habe auch den "organischen Wesen" "einen Teil [...] der himmlischen Musik, die im ganzen Universum, im Licht und in den Sphären ist" eingepflanzt: 91 musica universalis.

Bloch und seinen Essay von 1925 Über das mathematische und dialektische Wesen der Musik. In ihrem Kampf gegen die "Obertonanbeter" können sie das Zahlhafte in der Musik zwar nicht gänzlich leugnen, verweisen es aber bagatellisierend ins vormusikalisch Physikalische und sprechen ihm alle weiteren, insbesondere tieferen Bedeutungen ab. – Suum cuique.

⁹⁰ Nietzsche, Götzen-Dämmerung oder Wie man mit dem Hammer philosophiert, 1889. Sprüche und Pfeile, Unter Frauen, Aphorismus 33.

⁹¹ Friedrich Wilhelm Joseph von Schelling: Werke, Bd. 2, Leipzig 1907, S. 483.

Zusammenfassende Ideen

- 1. Das Nichts als solches gibt es nicht. Es hat außerhalb der (vermeintlichen) gedanklichen Setzung keine Realität.
- 2. Die Grundlage der Wirklichkeit ist das Eine, das allgemeine Sein vor allem konkret Seienden.
- 3. Dieses Eine ist in sich "reflektierend" bewegt, indem das Sein sich in der Möglichkeit seines Nicht-Seins spiegelt (welches nicht mit dem absoluten Nichts zu verwechseln ist). Solches Reflektieren ist etwas viel Fundamentaleres als Bewusstsein oder Geist, doch erwachsen sowohl diese als auch die materielle Welt letztlich daraus.
- 4. Die erste Verwirklichung des Einen ist formaler Art, vor aller Zeit und allem Raum: Das ganze Eine formt sich (potentiell) zur bestimmten 1 und evolviert durch dessen Ein- und Ausfaltung die Protowirklichkeit der natürlichen Zahlen.
- 5. In diesem Formungsprozess geschieht eine erste "In-formation", d.h. eine fortschreitend komplexe Konstellierung von Einheiten, deren unterschiedliche Verhältnisse Vorfelder sowohl für Gestalt- als auch für Inhaltswerdung (Bedeutung) abstecken. Sie bleiben aber noch hochgradig allgemein, unkonkret.
- 6. Die Verhältnisse der Zahlen untereinander imaginieren dabei eine zunächst abstrakte Räumlichkeit, die Grundlage der Geometrie (die gewissermaßen zwischen abstrakter und konkreter Wirklichkeit schwebt).
- 7. Die "Schwingung" des Einen zwischen Sein und Nicht-Sein sowie seine formativen "Oberschwingungen" in den natürlichen Zahlen sind Protoformen physikalischer energetischer Schwingungen, diese wieder Protoformen konkreter, "erstarrter" Materie. (siehe Görnitz: Protyposis) Gleichzeitig formen sie geistige Prozesse, "Ideen", vor (die keine Epiphänomene sind).
- 8. Die in den natürlichen Zahlen und ihren Proportionen begründete Naturtonreihe ist ein manifestes Urmodell der generellen Schwingungswirklichkeit. Es findet in der Musiktheorie und in der Praxis der Musik Anwendung (zum Teil unbewusst). Dabei lässt die Musik besonders nachdrücklich erleben, wie reine Form in inhaltliche Bedeutung emergiert.

9. Derartige Emergenzen (qualitativ Neues aus Bisherigem qua zahlhaften Prozessen) sind in der ganzen Natur (einschließlich ihrer geistigen Dimension) zu beobachten; sie gehören offenbar zu ihren fundamentalen Gesetzmäßigkeiten.